Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger

Aufgabe 1

Ein Automodell, das im Maßstab 1:5 verkleinert ist, soll in einem Windkanal untersucht werden. Wie groß muss die Anblasgeschwindigkeit des Modells gewählt werden, wenn eine Fahrgeschwindigkeit von 150 km·h^{-1} in der Großausführung simuliert werden soll? Es darf angenommen werden, dass die Viskositäten im Modell und in der Realität gleich groß sind.

Gegeben:

$\frac{L_{\mathrm{M}}}{L_{\mathrm{A}}} = \frac{1}{5}$	Verhältnis Länge Modell (M) zu Länge Auto (A)
$\bar{u}_{\mathrm{A}} = 150\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$	mittlere Geschwindigkeit des Autos
$\nu_{\mathrm{M}} = \nu_{\mathrm{A}}$	kinematische Viskosität des Modells und des Autos

Lösung:

Vorteil der Reynoldszahl *Re* ist, dass sie sowohl für Modellgrößen als auch für reale Größen gilt:

$Re_{\mathrm{M}} = Re_{\mathrm{A}}$

$$Re = \frac{\bar{u}_{\mathrm{M}} \cdot L_{\mathrm{M}}}{\nu_{\mathrm{M}}} = \frac{\bar{u}_{\mathrm{A}} \cdot L_{A}}{\nu_{\mathrm{A}}} \qquad \text{mit } \nu_{\mathrm{M}} = \nu_{\mathrm{A}}$$

$$\bar{u}_{\mathrm{M}} = \bar{u}_{\mathrm{A}} \cdot \frac{L_{\mathrm{A}}}{L_{\mathrm{M}}} = \frac{5}{1} \cdot 150\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 750\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

Ähnliche Fluidströme besitzen ähnliche Reynoldszahlen. Dadurch ist eine Extrapolation vom Laborversuch auf eine technische Anlage möglich.

https://michael-hunger.de

Aufgabe 2

Ein Kegelbrecher, auch Kegelgranulator genannt, zerkleinert hartes Gestein von x = 300 mm Aufgabe-Korngröße auf $x´$ = 40 mm Endkorngröße. Der Durchsatz beträgt $\dot{m}$ = 200 t·h^{-1}.
Wie groß ist die Arbeitsleistung P in kW? Verwenden Sie hierzu die Graphik "spezifische technische Zerkleinerungsarbeit" aus dem Vorlesungsmaterial.

Gegeben:

x = 300 mm	Aufgabe-Korngröße
$x´$ = 40 mm	Endkorngröße
$\dot{m}$ = 200 t·h^{-1}	Durchsatz

Lösung:

1) Berechnung des Zerkleinerungsgrades n

$$n = \frac{x}{x´} = \frac{300\ \text{mm}}{40\ \text{mm}} = 7{,}5$$

2) Berechnung der spezifischen Zerkleinerungsarbeit $\frac{W_Z}{m} \equiv \frac{\text{Arbeit}}{\text{Masse}}$

Die spezifische Zerkleinerungsarbeit wird mit Hilfe eines Diagramms ermittelt:

$$\frac{W_Z}{m} = f\left(\frac{\sqrt{n}}{x´}\right)$$

$$\frac{\sqrt{n}}{x´} = \frac{\sqrt{7{,}5}}{4\ \text{cm}} = 0{,}69\ \text{cm}^{-1}$$

Aus der Tabelle ergibt sich somit der Wert für die spezifische Zerkleinerungsarbeit

$$\frac{W_Z}{m} = 1{,}2\ \mathrm{kW} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{t}^{-1}$$

3) Berechnung der Arbeitsleistung P

$$P = \frac{W}{t} = \frac{W_z \cdot \dot{m}}{m} = 1{,}2\ \mathrm{kW} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{t}^{-1} \cdot 200\ \mathrm{t} \cdot \mathrm{h}^{-1} = 240\ \mathrm{kW}$$

Aufgabe 3

Eine Kugelmühle mit D_T = 1,6 m Trommeldurchmesser ist mit großen Stahlkugeln gefüllt. Die 5 t des zu mahlenden Materials sollen von einer Aufgabekorngröße von D = 25 mm auf eine Endkorngröße von d = 0,01 mm zerkleinert werden.

Zu berechnen sind mittlere Betriebsdrehzahl n und die Antriebsleistung P! Hierzu kann das empirische Zerkleinerungsgesetz von Bond und Wang verwendet werden:

$$\frac{W}{m_z} = C \cdot \left(\frac{\sqrt{n_z}}{d} \right)^{0,5} \qquad n_z\text{: Zerkleinerungsgrad}$$

Die Konstante C hat hierbei einen Wert von $3{,}58 \cdot 10^{-3} \, \dfrac{\mathrm{kW \cdot h \cdot m^{0,5}}}{\mathrm{t}}$.

Gegeben:

D_T = 1,6 m	Trommeldurchmesser
m = 5 t	Masse des Materials
D = 25 mm	Aufgabekorngröße
d = 0,01 mm	Endkorngröße

Lösung:

1) Bestimmung der Grenzdrehzahl n_{Grenz}

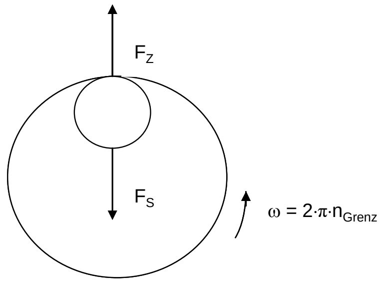
F_S : Schwerkraft

F_Z : Zentrifugalkraft

$F_S = F_Z$

$$m \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot n_{\text{Grenz}}\right)^2 \cdot \frac{D_T}{2}$$

$$n_{\text{Grenz}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \mathrm{g}}{D_T}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}{1{,}6 \ \mathrm{m}}} = 0{,}56 \ \mathrm{s}^{-1}$$



2) Bestimmung der mittleren Betriebsdrehzahl n

Definition: $n = 0{,}75 \cdot n_{\text{Grenz}}$

$$n = 0{,}75 \cdot 0{,}56 \ \mathrm{s}^{-1} = 0{,}42 \ \mathrm{s}^{-1} = 25{,}2 \ \mathrm{min}^{-1}$$

3) Bestimmung der Antriebsleistung P

a) Zerkleinerungsgesetz von Bond und Wang:

$$\frac{W}{m_z} = C \cdot \left(\frac{\sqrt{n_z}}{d}\right)^{0,5}$$

Somit ergibt sich für die Arbeit W

$$W = m_z \cdot C \cdot \left(\frac{\sqrt{n_z}}{d}\right)^{0,5}$$

b) Berechnung des Zerkleinerungsgrades n_z :

$$n_z = \frac{D}{d} = \frac{25\ \text{mm}}{0{,}01\ \text{mm}} = 2500$$

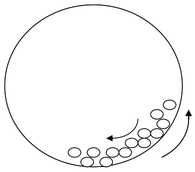
c) Berechnung der Antriebsleistung P:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{m_z \cdot C \cdot \left(\frac{\sqrt{n_z}}{d}\right)^{0,5}}{t}$$

$$P = \frac{5\ \text{t} \cdot 3{,}58 \cdot 10^{-3}\ \text{kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{0,5} \cdot \text{t}^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{2500}}{10^{-5}}\right)^{0,5} \text{m}^{-0,5}}{1\ \text{h}} = 40{,}0\ \text{kW}$$

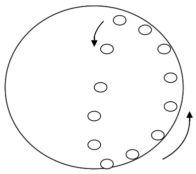
<u>Betriebsdrehzahlen n:</u>

Feinmahlen: $n = 0{,}5 - 0{,}7\ n_{\text{Grenz}}$



reibende Abrollbewegung

Grobmahlen: $n = 0{,}7 - 0{,}9\ n_{\text{Grenz}}$



schlagende Fallbewegung

Aufgabe 4

Eine Suspension von Schlämmkreide (ρ_S = 2700 kg·m^{-3}) in Wasser (ρ_l = 1000 kg·m^{-3}, η = 1,14·10^{-3} kg·m^{-1}·s^{-1}) soll durch Sedimentation unter laminaren Strömungsbedingungen in einem Klärbecken von der Schlämmkreide befreit werden. Der Durchmesser der kleinsten Kreideteilchen liegt bei 50·10^{-6} m. Durch das Klärbecken sollen 100 m^3·h^{-1} der Suspension durchgesetzt werden.

Wie groß muss die Fläche des Klärbeckens gewählt werden? Wie groß muss der Klärbeckendurchmesser sein, wenn man für die Trennaufgabe ein Rundklärbecken einsetzt?

Gegeben:

ρ_S = 2700 kg·m^{-3}	Dichte der Schlämmkreide
ρ_l = 1000 kg·m^{-3}	Dichte von Wasser
η = 1,14·10^{-3} kg·m^{-1}·s^{-1}	dynamische Viskosität
d = 50·10^{-6} m	Durchmesser der kleinsten Kreideteilchen
$\dot{V}$ = 100 m^3·h^{-1}	Zulaufstrom

Lösung:

1) Bestimmung der Absetzgeschwindigkeit u_A

Es gilt das Stokes-Gesetz für laminar umströmte Teilchen:

$$u_A = \frac{g \cdot d^2 \cdot (\rho_S - \rho_l)}{18 \cdot \eta} = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2) Bestimmung der Trennfläche A des Klärbeckens

$$A = \frac{\dot{V}}{u_A} = 13{,}9 \ \text{m}^2$$

3) Bestimmung des Durchmessers D für ein Rundklärbecken

$$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = 4{,}2 \ \text{m}$$

Aufgabe 5

Ein Eindicker soll einer Dekantierzentrifuge zur weiteren Entwässerung einen Schlamm mit 30 Gew.-% Feststoffanteil zuführen. Die Dekantierzentrifuge kann maximal 60 $t \cdot h^{-1}$ durchsetzen. Dem Eindicker fließt eine wässrige Kreidesuspension zu, die 8 Gew.-% Feststoff enthält. Der Feststoff hat eine mittlere Teilchengröße von x = 35 µm.

Welchen Durchmesser muss der zylindrische Eindicker haben? Verwenden Sie eine dynamische Viskosität von $\eta = 10^{-3}$ Pa·s, eine von Feststoffdichte $\rho_s = 2710\ kg \cdot m^{-3}$ und eine Flüssigkeitsdichte von $\rho_l = 1000\ kg \cdot m^{-3}$

Hinweis:

Die Volumendurchsätze $\dot{V}_i$ der Suspension (Index 0), des Klarlaufs (Index 1) und des Schlamms (Index 2) werden über die Mengenbilanzen berechnet.

a) Gesamtmenge: $\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$

b) Feststoffmenge mit f_i als Feststoffanteil: $\dot{m}_0 \cdot f_0 = \dot{m}_1 \cdot f_1 + \dot{m}_2 \cdot f_2$

Unter idealen Bedingungen, d.h. ohne Feststoff im Klarlauf, ist $\dot{m}_1 \cdot f_1 = 0$. Somit gilt:

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_2 \cdot \frac{f_2}{f_0}$$

Und für den Volumendurchsatz der Suspension gilt:

$$\dot{V}_0 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_l} \cdot \frac{f_2}{f_0}$$

Gegeben:

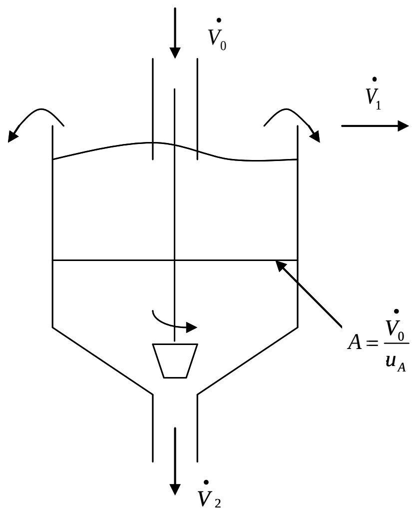
$f_0 = 0{,}08$	Feststoffanteil der Suspension
$f_2 = 0{,}30$	Feststoffanteil des Schlammes
$\dot{m}_2 = 60\ \text{t} \cdot \text{h}^{-1}$	Durchsatz des Schlammes
$x = 35\ \mu\text{m}$	Größe der Feststoffteilchen
$\rho_S = 2710\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	Dichte des Feststoffes
$\rho_l = 1000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	Dichte der Flüssigkeit
$\eta = 10^{-3}\ \text{Pa} \cdot \text{s}$	dynamische Viskosität

Lösung:

Die Absetztrennfläche A mit dem Durchmesser d ergibt sich durch:

$$A = \frac{\dot{V}_0}{u_\text{A}} \qquad u_\text{A}\text{: Absetzgeschwindigkeit}$$

1) Bestimmung des Volumendurchsatzes $\dot{V}_0$



Massenbilanz: $\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$

$$\dot{m}_0 \cdot f_0 = \dot{m}_1 \cdot f_1 + \dot{m}_2 \cdot f_2 \quad \text{mit } \dot{m}_1 \cdot f_1 = 0$$

$$\dot{m}_0 = \frac{\dot{m}_2 \cdot f_2}{f_0}$$

mit $\dot{m}_0 = \dot{V}_0 \cdot \rho_l$ ergibt sich:

$$\dot{V}_0 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_l} \cdot \frac{f_2}{f_0} = \frac{60 \ \mathrm{t \cdot h^{-1}}}{1000 \ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}} \cdot \frac{0{,}3}{0{,}08} = 225 \ \mathrm{m^3 \cdot h^{-1}}$$

2) Bestimmung der Absetzgeschwindigkeit u_A

$$F_W = F_S - F_A$$

Widerstandskraft = Schwerkraft - Auftriebskraft

Archimedes: Die Auftriebskraft ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit: $F_A = \rho_l \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g$.

Für die Widerstandskraft des Feststoffteilchens wird der einfachste Fall angenommen, also die laminare Umströmung (Stokes).

$$3 \cdot \eta \cdot \pi \cdot d \cdot u_A = m \cdot g - \rho_l \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g \qquad \text{mit} \quad m \cdot g = \rho_S \cdot V_S \cdot g = \rho_S \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g$$

$$3 \cdot \eta \cdot \pi \cdot d \cdot u_A = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot (\rho_S - \rho_l) \cdot g$$

Damit ergibt sich für die Absetzgeschwindigkeit u_A:

$$u_A = \frac{d^2 \cdot (\rho_S - \rho_l) \cdot g}{18 \cdot \eta}$$

$$u_A = \frac{(35 \cdot 10^{-6} \mathrm{m})^2 \cdot (2710 - 1000) \ \mathrm{kg \cdot m^{-3}} \cdot 9{,}81 \ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}{18 \cdot 10^{-3} \mathrm{Pa \cdot s}}$$

$$u_A = 1{,}14 \cdot 10^{-3} \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 4{,}1 \ \mathrm{m \cdot h^{-1}}$$

3) Bestimmung der Absetztrennfläche *A* und dem Durchmesser *d* des Eindickers

$$A = \frac{\dot{V}_0}{u_A} = \frac{225 \ \ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{h}^{-1}}{4{,}1 \ \ \mathrm{m} \cdot \mathrm{h}^{-1}} = 54{,}9 \ \ \mathrm{m}^2$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2$$

$$D = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 8{,}4 \ \ \mathrm{m}$$

Aufgabe 6

In einer kontinuierlich arbeitenden Vollmantelzentrifuge mit zylindrischer Trommel wird eine wässrige Magnesiumdioxidsuspension getrennt. Durch einen Laborversuch wurde für diese Suspension die Absetzgeschwindigkeit der Feststoffteilchen im Standzylinder (Schwerkraftsedimentation) bestimmt. Sie beträgt $u_A = 3{,}5\ \mathrm{cm{\cdot}h^{-1}}$.

Zu berechnen ist der Zentrifugatdurchsatz $\dot{V}$ in $\mathrm{m^3{\cdot}h^{-1}}$! Verwenden Sie hierzu einen Trommeldurchmesser von D = 800 mm, eine Trommellänge von L = 1000 mm, einen Radius bis zum Flüssigkeitsring während der Rotation von r_0 = 280 mm und eine Drehzahl von n = 1500 $\mathrm{min^{-1}}$.

Gegeben:

$u_A = 3{,}5\ \mathrm{cm{\cdot}h^{-1}}$	„statische" Absetzgeschwindigkeit
D = 800 mm	Durchmesser der Trommel
L = 1000 mm	Länge der Trommel
r_0 = 280 mm	Radius bis zum Flüssigkeitsring
n = 1500 $\mathrm{min^{-1}}$	Drehzahl

Lösung:

1) Bestimmung der zentrifugalen Absetzgeschwindigkeit u_Z

Die Fliehkraftsedimentation ist um ein Vielfaches stärker als die Schwerkraftsedimentation: $u_Z = u_A \cdot Z$

Ein Maß für die Wirksamkeit der Zentrifugalkraft ist das Beschleunigungsverhältnis *Z*:

$$Z = \frac{a_Z}{g}$$ Verhältnis von Zentrifugalbeschleunigung und Schwerebeschleunigung

$$Z = \frac{r \cdot \omega^2}{g} = \frac{r_m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot n^2}{g}$$

mittlerer Radius r_m:

$$r_m = \frac{R + r_0}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot D + r_0}{2} = 0{,}34\ \mathrm{m}$$

$$Z = \frac{0{,}34\ \mathrm{m} \cdot 625\ \mathrm{s}^{-2} \cdot 4 \cdot \pi^2}{9{,}81\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}} = 855$$

$$u_\mathrm{Z} = u_\mathrm{A} \cdot Z = 3{,}5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{h}^{-1} \cdot 855 = 29{,}9\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{h}^{-1}$$

2) Bestimmung des Zentrifugatdurchsatzes $\dot{V}$

$$\dot{V} = A \cdot u_\mathrm{Z} \qquad \text{mit} \qquad A = 2 \cdot \pi \cdot r_\mathrm{m} \cdot L \ \text{(Zylinderfläche)}$$

$$\dot{V} = 2 \cdot \pi \cdot r_\mathrm{m} \cdot L \cdot n_\mathrm{Z} = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}34\ \mathrm{m} \cdot 1\ \mathrm{m} \cdot 29{,}9\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{h}^{-1} = 63{,}9\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{h}^{-1}$$

Aufgabe 7

Zwei Säuren sollen mit einem Propellerrührer in einem Rührbehälter, der einen Durchmesser von d_1 = 1200 mm besitzt, mit einer Drehzahl von n = 250 min^{-1} gemischt werden.

Gegeben sind die Dichte ρ = 1350 kg·m^{-3} und die kinematische Viskosität $\nu = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ m^2·s^{-1}. Gesucht werden die erforderliche Rührerleistung P_R und die Mischzeit t!

Gegeben:

$d_1 = 1{,}2$ m	Durchmesser des Behälters
$n = 250$ min^{-1} = 4,17 s^{-1}	Drehzahl des Rührers
$\rho = 1350$ kg·m^{-3}	Dichte der Mischung
$\nu = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ m^2·s^{-1}	kinematische Viskosität der Mischung

Lösung:

1) Bestimmung des optimalen Durchmesser d_2 des Propellerrührers

Optimales Verhältnis: $\frac{d_2}{d_1} = 0{,}3$ (siehe Tabelle für Richtwerte verschiedener Rührer)

Propellerdurchmesser: $d_2 = 0{,}3 \cdot d_1 = 0{,}36$ m

2) Bestimmung der Rührleistung P_R bzw. der Anlaufleistung P_A

a) Bestimmung von Re_M

b) Bestimmung der Leistungskennzahl N_e aus Kennlinienfeld

c) Bestimmung der Rührleistung P_R

zu a): modifizierte Reynoldszahl

$$Re_{\mathrm{M}} = \frac{n \cdot d_2^2}{\nu} = \frac{4{,}17\ \mathrm{s}^{-1} \cdot (0{,}36\ \mathrm{m})^2}{1{,}25 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}} = 4{,}3 \cdot 10^4$$

zu b): Leistungskennzahl aus Kennlinienfeld

$$Ne \propto \mathrm{f}(Re_{\mathrm{M}})$$

$Ne \approx 0{,}36$ (siehe Bild 6.3)

zu c): Rührleistungen

$$P_{\mathrm{R}} = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d_2^5 = 0{,}36 \cdot 1350\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot (4{,}17\ \mathrm{s}^{-1})^3 \cdot (0{,}36\ \mathrm{m})^5$$

$$P_R = 213\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3} = 213\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} = 213\ \mathrm{W}$$

$$P_{\mathrm{A}} = P_{\mathrm{R}} \cdot 0{,}134 \cdot (\mathrm{Re}_{\mathrm{M}})^{0{,}22} = 298{,}4\ \mathrm{W}$$

3) Bestimmung der Mischzeit *t*

Zum Erreichen einer Gleichverteilung ist die Rührzeit *t* erforderlich:

$t = \frac{c}{n}$ c: dimensionslose Durchmischungszahl (f(Re_{M}))

n: Drehzahl

empirisch: gültig für Mischen von niedrigviskosen Medien im turbulenten Bereich

Die Rührzeit ist abhängig von der Rührerart und der Drehzahl:

$c = 80$ für Propellerrührer (siehe Tabelle für Durchmischungszahlen)

$$t = \frac{80}{4{,}17\ \mathrm{s}^{-1}} = 19{,}2\ \mathrm{s}$$

Anmerkung: Je höher die Drehzahl *n* desto niedriger ist die Mischzeit *t* und desto höher ist die Rührleistung P_{R} ($P_{\mathrm{R}} \propto n^3$).

Aufgabe 8

Durch eine Schmierölleitung von 5 cm lichtem Durchmesser strömen in einer Sekunde 2 Liter Schmieröl mit einer kinematischen Viskosität $\nu = 20\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2\cdot s^{-1}}$.
Ist die Strömung laminar oder turbulent?

Gegeben:

d = 5 cm	Rohrdurchmesser
$\dot{V} = 2\ \mathrm{l\cdot s^{-1}}$	Volumenstrom des Schmieröls
$\nu = 20\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2\cdot s^{-1}}$	kinematische Viskosität des Schmieröls

Lösung:

1) Bestimmung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\bar{u}$

Volumenstrom = Fläche ·mittlere Geschwindigkeit

$$\dot{V} = A\cdot\bar{u} = \pi\cdot r^2\cdot\bar{u}$$

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{\pi\cdot r^2} = \frac{4\cdot\dot{V}}{\pi\cdot d^2} = \frac{4\cdot 0{,}002\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}}{\pi\cdot(0{,}05\ \mathrm{m})^2} = 1{,}02\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

2) Bestimmung der Reynoldszahl Re

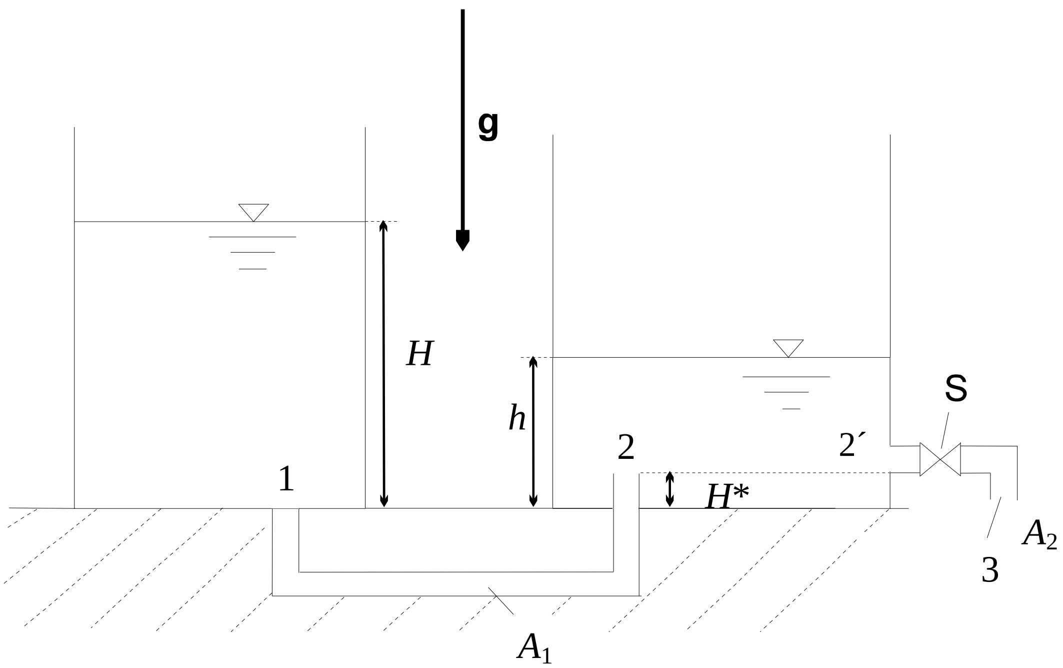
$$Re = \frac{u\cdot d}{\nu} = \frac{1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\cdot 0{,}05\ \mathrm{m}}{20\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2\cdot s^{-1}}} = 2546{,}5$$

Eine Strömung mit $Re > 2300$ befindet sich im Übergangsbereich an der Grenze zum laminaren Strömungsverhalten.

Aufgabe 9

Aus einem großen Behälter mit der konstant gehaltenen Spiegelhöhe H strömt Wasser reibungsfrei am Punkt 1, durch eine Leitung mit dem konstanten Querschnitt A_1 ab, tritt an deren Ende am Punkt 2 als Freistrahl in einen zweiten offenen Behälter mit der konstanten, unbekannten Spiegelhöhe h ein und kommt dort zur Ruhe (siehe unten). Durch eine zweite Leitung mit dem konstanten Querschnitt A_2 strömt das Wasser schließlich nach Passieren eines Schiebers S als Freistrahl am Punkt 3 in die Umgebung aus. Abgesehen von der Durchströmung des Schiebers mit dem Druckverlustkoeffizient ξ_w (Newtonsche Widerstandszahl ξ) ist der Ausströmungsvorgang aus dem zweiten Behälter als reibungsfrei anzusehen.

Bestimmen Sie in Abhängigkeit der gegebenen Größen die Austrittsgeschwindigkeit u am Punkt 3. Gegeben sind: H, A_1, A_2, ξ_w und g!



Lösung:

<u>Ansatz</u>: Aufstellen einer Energiebilanz mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung.

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot u^2 \quad + \quad m\cdot g\cdot h \quad + \quad p\cdot V \quad = \text{const.} \qquad \text{Energiebilanz}$$

kin. Energie + pot. Energie + Volumenarbeit = const.

Durch einsetzen von $V=\frac{m}{\rho}$ und Division durch die Schwerkraft $m\cdot g$ ergibt sich:

$$\frac{u^2}{2\cdot g}+h+\frac{p}{\rho\cdot g}=\text{const.} \qquad \text{Höhenbilanz}$$

Division durch das Volumen $\frac{m}{\rho}$

$$\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u^2+\rho\cdot g\cdot h+p=\text{const.} \qquad \text{Druckbilanz}$$

1) Bestimmung der Druckbilanz zwischen Punkt 1 und Punkt 2

<u>Punkt 1:</u>	<u>Punkt 2:</u>
$h_1 = 0$	$h_2 = H^*$
$u_1 = 0$ (Flüssigkeit in Ruhe)	$u_2 = ?$
$p_1 = p_A + \rho\cdot g\cdot H$	$p_2 = p_A + \rho\cdot g\cdot(h - H^*)$

Der Außendruck p_A ist in beiden Fällen der gleiche, man muss nur den statischen Druck der Flüssigkeit berücksichtigen.

Es gilt:

$$\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_1^2+\rho\cdot g\cdot h_1+p_1 \quad = \quad \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_2^2+\rho\cdot g\cdot h_2+p_2$$

$$\rho\cdot g\cdot H \quad = \quad \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u_2^2+\rho\cdot g\cdot H^*+\rho\cdot g\cdot\left(h-H^*\right)$$

$$g \cdot (H - h) = \frac{1}{2} \cdot u_2^2$$

$$u_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} \qquad (1)$$

2) Bestimmung der Druckbilanz zwischen Punkt 2´ und Punkt 3

<u>Punkt 2´:</u>

$h_{2'} = H^*$

$u_{2'} = 0$ (Flüssigkeit in Ruhe)

$p_{2'} = p_A + \rho \cdot g \cdot (h - H^*)$

<u>Punkt 3:</u>

$h_3 = 0$

$u_3 = ?$

$p_3 = p_A + \frac{1}{2} \cdot \xi_w \cdot \rho \cdot u_3^2$

Es gilt:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_{2'}^2 + \rho \cdot g \cdot h_{2'} + p_{2'} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 + \rho \cdot g \cdot h_3 + p_3$$

$$\rho \cdot g \cdot H^* + \rho \cdot g \cdot \left(h - H^*\right) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 + \frac{1}{2} \cdot \xi_w \cdot \rho \cdot u_3^2$$

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 \cdot (1 + \xi_w)$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \xi_w}} \qquad (2)$$

Auflösen von Gleichung (1) nach *h* und einsetzen in Gleichung (2) ergibt:

$$u_3^2 = \frac{2 \cdot g \cdot H - u_2^2}{1 + \xi_w}$$

Außerdem gilt noch die Kontinuitätsgleichung:

$$u_2 \cdot A_1 = u_3 \cdot A_2$$

$$u_2 = u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Somit ergibt sich für die Austrittsgeschwindigkeit u_3:

$$u_3^2 = \frac{2 \cdot g \cdot H - \left(u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1} \right)^2}{1 + \xi_w}$$

$$u_3^2 \cdot (1 + \xi_w) + \left(u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1} \right)^2 = 2 \cdot g \cdot H$$

$$u_3^2 \cdot \left(1 + \xi_w + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) = 2 \cdot g \cdot H$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \xi_w + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2}}$$

Aufgabe 10

Durch eine Rohrleitung mit einem Durchmesser von 50 mm und einer Länge von 1 km fließen stündlich 10 m^3 Heizöl mit einer kinematischen Viskosität von $\nu = 40 \cdot 10^{-6}$ $m^2 \cdot s^{-1}$ und einer Dichte von $\rho = 900$ $kg \cdot m^{-3}$.

Wie groß ist der für den Transport aufzubringende Druck?

Gegeben:

$l = 1000$ m	Rohrlänge
$d = 0{,}05$ m	Rohrdurchmesser
$\dot{V} = 10\ m^3 \cdot h^{-1}$	Volumenstrom des Heizöls
$\rho = 900\ kg \cdot m^{-3}$	Dichte des Heizöls
$\nu = 40 \cdot 10^{-6}\ m^2 \cdot s^{-1}$	kinematische Viskosität des Heizöls

Lösung:

<u>Ansatz:</u> 1) Bestimmung der Strömungsart

2) Gesetz für die Widerstandszahl

3) Bestimmung des Druckverlustes in den Rohrleitungen

1) Bestimmung der Reynoldszahl *Re*

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu}$$

Die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u}$ ergibt sich zu:

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{10\ \text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}}{(0{,}05\ \text{m})^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 5092{,}95\ \text{m} \cdot \text{h}^{-1} = 1{,}417\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu} = \frac{1{,}417\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}05\ \text{m}}{40 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 1768$$

Die Reynoldszahl ist kleiner als 2300. Die vorliegende Strömung ist somit laminar.

2) Bestimmung der Widerstandszahl λ

Für die Widerstandszahl λ bei laminarer Strömung gilt:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

3) Bestimmung des Druckunterschieds Δp bei laminarer Strömung

Für den Druckverlust eines durchströmten Rohres gilt:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d}$$

mit der Widerstandszahl $\lambda = \frac{64}{Re}$.

Damit ergibt sich für den Druck, der zum Transport benötigt wird:

$$\Delta p = \frac{64}{1768} \cdot \frac{900\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \left(1{,}417\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{2} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{0{,}05\ \text{m}} = 65415\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} = 6{,}54\ \text{bar}$$

Aufgabe 11

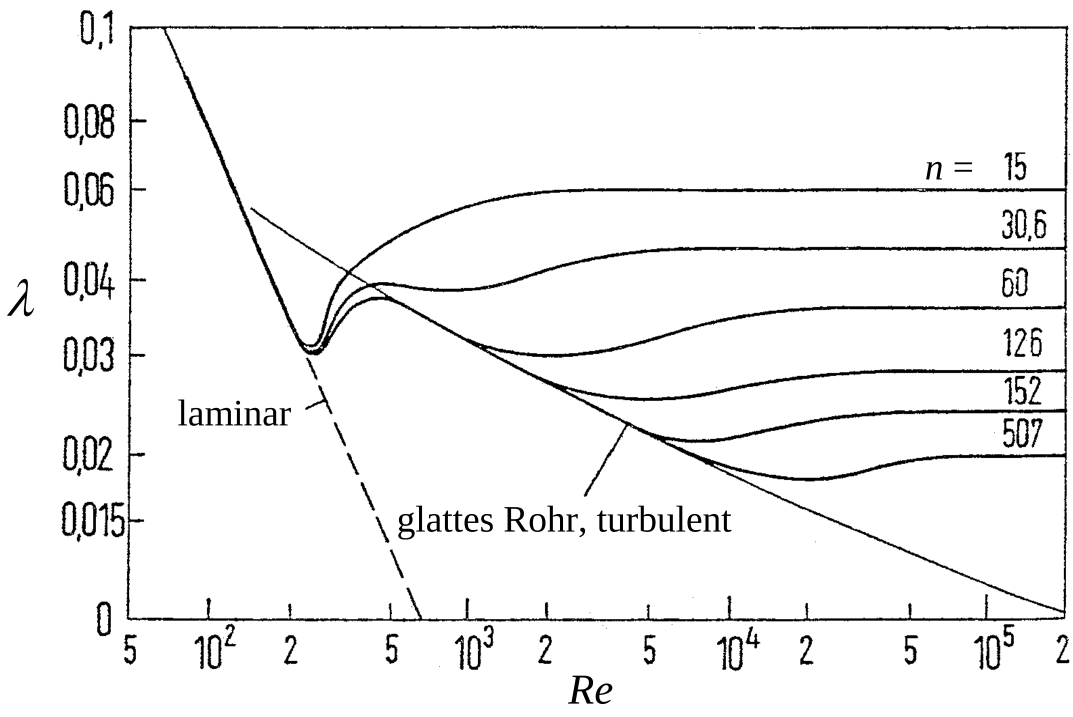
Eine inkompressible Newtonsche Flüssigkeit (Dichte ρ, kinematische Viskosität ν) soll durch ein horizontales Kreisrohr (Länge l, Durchmesser d) mit vorgegebenem Volumenstrom $\dot{V}$ gefördert werden.

a) Wie groß ist der Druckverlust im Rohr, wenn die Rohrinnenwand hydraulisch glatt ist?

b) Wie ändert sich der Druckverlust, wenn die Wand durch Korrosion aufgeraut wird und für die entstehende Rauhigkeit die relative Sandrauhigkeit $n = h \cdot d^{-1}$ gilt?

Gegeben sind:

$\rho = 10^3$ kg·m^{-3}; $\nu = 1{,}02 \cdot 10^{-5}$ m^2·s^{-1}; $\dot{V} = 0{,}8$ m^3·s^{-1}; $l = 100$ m; $d = 0{,}2$ m; $h = 2$ mm.



Gegeben:

l = 100 m	Rohrlänge
d = 0,2 m	Rohrdurchmesser
h = 2 mm	mittlere Wanderhebung
$\rho = 10^3$ kg·m^{-3}	Dichte
$\nu = 1{,}02\cdot10^{-5}$ m^2·s^{-1}	kinematische Viskosität
$\dot{V} = 0{,}8$ m^3·s^{-1}	Volumenstrom

Lösung:

Ansatz:
1) Bestimmung der Strömungsart
2) Gesetz für die Widerstandszahl
3) Bestimmung des Druckverlustes in den Rohrleitungen

a) glattes Rohr

1) Bestimmung der Reynolds-Zahl *Re*

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{4\cdot\dot{V}}{\pi\cdot d^2} = \frac{4\cdot 0{,}8\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}}{\pi\cdot(0{,}2\ \mathrm{m})^2} = 25{,}46\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$Re = \frac{\bar{u}\cdot d}{\nu} = \frac{25{,}46\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\cdot 0{,}2\ \mathrm{m}}{1{,}02\cdot 10^{-5}\mathrm{m^2\cdot s^{-1}}} = 5\cdot 10^5$$

Die Reynoldszahl ist größer als 10^5, die vorliegende Strömung ist also turbulent.

2) Bestimmung der Widerstandszahl λ

Die Widerstandszahl bzw. Reibungs-Zahl λ ist eine Funktion der Reynolds-Zahl und der Rauhigkeit. Sie muss für charakteristische Strömungsbereiche empirisch bestimmt werden.

Empirischer Zusammenhang nach Nikuradse:

$$\lambda = 0{,}0032 + 0{,}221\cdot Re^{-0{,}237} \qquad \text{für } 10^5 < Re < 10^8$$

$$\lambda = 0{,}0131$$

3) Bestimmung des Druckverlustes Δp

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d}$$

$$\Delta p = 0{,}0131 \cdot \frac{1000 \;\; \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \left(25{,}46 \;\; \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{2} \cdot \frac{100 \;\; \text{m}}{0{,}2 \;\; \text{m}} = 21{,}23 \cdot 10^5 \;\; \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = 21{,}23 \;\; \text{bar}$$

<u>b) rauhes Rohr</u>

1) Bestimmung der Strömungsart

siehe a) glattes Rohr

2) Bestimmung der Widerstandszahl λ

Aus dem Schaubild ergibt sich für $Re = 5 \cdot 10^5$ und der relativen Sandrauhigkeit n

$$n = \frac{h}{d} = \frac{200 \;\; \text{mm}}{2 \;\; \text{mm}} = 100$$

ein Wert für die Widerstandszahl von $\lambda = 0{,}03$.

3) Bestimmung des Druckverlustes Δp

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d} = 0{,}03 \cdot \frac{1000 \;\; \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \left(25{,}46 \;\; \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{2} \cdot \frac{100 \;\; \text{m}}{0{,}2 \;\; \text{m}} = 48{,}62 \;\; \text{bar}$$

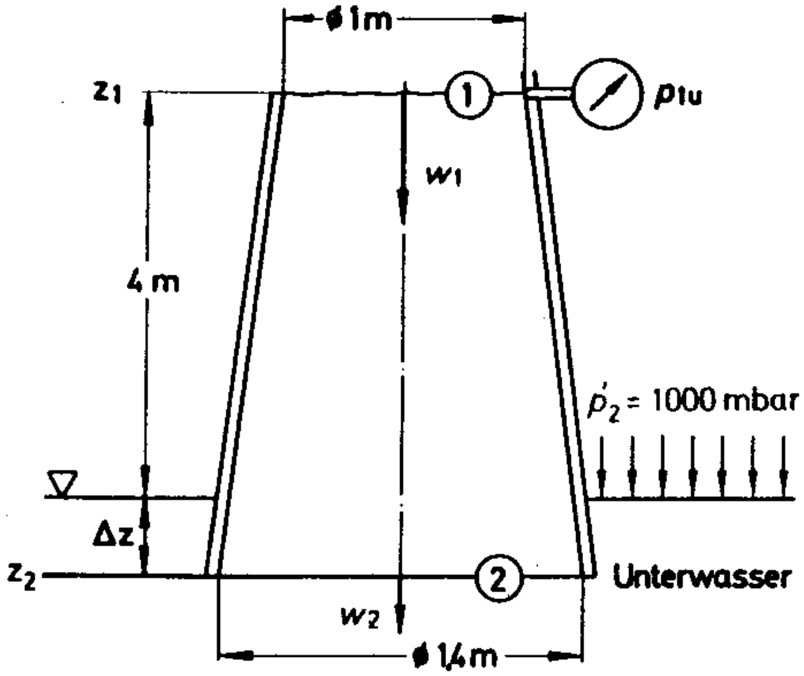
oder alternativ:

$$\Delta p_{\text{rauh}} = \frac{\lambda_{\text{rauh}}}{\lambda_{\text{glatt}}} \cdot \Delta p_{\text{glatt}} = \frac{0{,}03}{0{,}0131} \cdot 21{,}23 \;\; \text{bar} = 48{,}62 \;\; \text{bar}$$

Aufgabe 12

Durch das Saugrohr einer Wasserturbine fließen in der Sekunde 6 m^3 Wasser. Der Luftdruck auf dem Unterwasser beträgt 1000 mbar.

Wie groß ist der Unterdruck p_{1u} am Saugrohreintritt (Punkt ① im Bild)?



Gegeben:

$\dot{V} = 6\ m^3 \cdot s^{-1}$	Volumenstrom
$p_2' = 1$ bar	Luftdruck auf dem Unterwasser

Lösung:

Anwendung der Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz:

$$\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot u^2 + p + \rho\cdot g\cdot z = \text{const.}$$

Energieerhaltungssatz der reibungsfreien Flüssigkeit

Punkt ①:

$z_1 = \Delta z + 4$ m

$$u_1 = w_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot d_1^2} = 7{,}64\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$p_1 = ?$

Punkt ②:

$z_2 = 0$

$$u_2 = w_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot d_2^2} = 3{,}90\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$p_2 = p_2' + \rho\cdot g\cdot\Delta z$

Durch gleichsetzen ergibt sich:

$$\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot w_1^2 + p_1 + \rho\cdot g\cdot z_1 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot w_2^2 + p_2 + \rho\cdot g\cdot z_2$$

$$p_1 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\left(w_2^2 - w_1^2\right) + p_2 - \rho\cdot g\cdot z_1$$

$$p_1 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\left(w_2^2 - w_1^2\right) + p_2' + \rho\cdot g\cdot\Delta z - \rho\cdot g\cdot\left(\Delta z + 4\ \text{m}\right)$$

$$p_1 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\left(w_2^2 - w_1^2\right) + p_2' - \rho\cdot g\cdot 4\ \text{m}$$

$$p_1 = \frac{1}{2}\cdot 1000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\left(3{,}90^2 - 7{,}64^2\right)\ \text{m}^2\cdot\text{s}^2 + 10^5\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2} - 1000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 4\ \text{m}$$

$$= -21580\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2} + 100000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2} - 39240\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$$

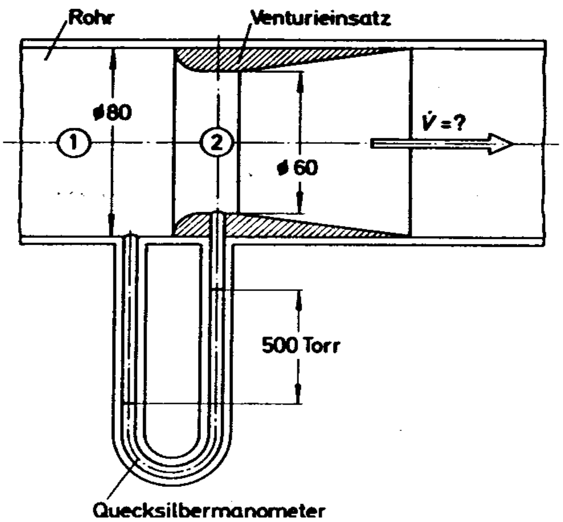
$$= 39180\ \text{Pa} = 391{,}8\ \text{mbar}$$

Der gesuchte Unterdruck p_{1u} beträgt damit:

$p_{1u} = p_2' - p_1 = 1000$ mbar - $391{,}8$ mbar $= 608{,}2$ mbar

Aufgabe 13

Welcher Wasserstrom $\dot{V}$ (ρ = 1000 kg·m^{-3}) fließt durch das unten dargestellte Venturi-Rohr, wenn zwischen freiem Rohr (Durchmesser von 80 mm) und Einschnürungsstelle (Durchmesser von 60 mm) ein Druckunterschied von 500 mbar besteht? Die Reibungswerte sollen vernachlässigt werden.



Gegeben:

ρ = 1000 kg·m^{-3}	Dichte des Wassers
Δp = 500 mbar	Druckunterschied zwischen Rohr und Venturieinsatz
d_1 = 0,08 m	freier Rohrdurchmesser
d_2 = 0,06 m	eingeschnürter Rohrdurchmesser

Lösung:

Ansatz: Anwendung der Bernoulli-Gleichung, da die Flüssigkeit reibungsfrei ist.

1) Bernoulli-Gleichung (vereinfachte Form, da horizontal)

$$\frac{\rho}{2}\cdot u_1^2 + p_1 = \frac{\rho}{2}\cdot u_2^2 + p_2$$

$$\frac{\rho}{2}\cdot u_2^2 - \frac{\rho}{2}\cdot u_1^2 = p_1 - p_2$$

$$u_2^2 - u_1^2 = \frac{2\cdot(p_1 - p_2)}{\rho} \qquad (1)$$

2) Kontinuitätsgleichung

$$u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2$$

$$u_1 = u_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} \qquad (2)$$

3) Bestimmung der Fließgeschwindigkeit

Durch einsetzen von Gleichung (2) in Gleichung (1) ergibt sich:

$$u_2^2 - u_2^2 \cdot \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{2\cdot(p_1 - p_2)}{\rho}$$

$$u_2^2 \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = \frac{2\cdot(p_1 - p_2)}{\rho}$$

$$u_2^2 = \frac{2\cdot(p_1 - p_2)}{\rho\cdot\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{2\cdot(p_1 - p_2)}{\rho\cdot\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}}$$

4) Bestimmung des Wasserstroms $\dot{V}$

$$\dot{V} = A_2 \cdot u_2 = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} \qquad \text{mit } A_2 = \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2$$

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}06\ \mathrm{m})^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^4\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}}{1000\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \left(1 - \frac{(0{,}06\ \mathrm{m})^4}{(0{,}08\ \mathrm{m})^4}\right)}} = 0{,}0342\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1} = 34{,}2\ \mathrm{l} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Aufgabe 14

Berechnen Sie, wieviel Benzol (Siedepunkt = 353 K, Verdampfungsenthalpie $\Delta H_V = 31\ \text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) maximal je Stunde in einem Liebigkühler von 1 m Länge mit einem Innenrohrdurchmesser von 12 mm und einer Innenrohrwanddicke von 2 mm kondensiert werden kann, wenn das Kühlwasser mit 288 K zugeführt und mit 293 K abgenommen wird! Die Kühlwasserströmung soll in diesem Fall als laminar betrachtet werden. Für Wärmeübergang und Wärmeleitung sind folgende Daten gegeben: $\alpha_{\text{Benzol}} = 30000\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\alpha_{\text{Wasser}} = 1000\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ und $\lambda_{\text{Wand}} = 2{,}5\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Gegeben:

$l = 1$ m	Kühlerlänge
$d_i = 0{,}012$ m	Innenrohrdurchmesser
$d_W = 0{,}002$ m	Wanddicke
$\Delta H_V = 31\ \text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	Verdampfungsenthalpie des Benzols
$T_{\text{Benzol}} = 353$ K	Siedetemperatur des Benzols
$T_{\text{Wasser}} = 280–293$ K	Wassertemperatur
$\alpha_{\text{Benzol}} = 30000\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Benzol
$\alpha_{\text{Wasser}} = 1000\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Wasser
$\lambda_{\text{Wand}} = 2{,}5\ \text{kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeleitung der Wand

Lösung:

<u>Ansatz:</u> Wärmestrom für Kondensation = Wärmestrom durch Kühlerwand

$$\dot{W}_k = \dot{W}_w$$

$$\dot{n} \cdot \Delta H_V = k \cdot A \cdot \Delta T_m$$

1) Bestimmung von ΔT_m

$$\Delta T_\mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot \left(\Delta T_\mathrm{A} + \Delta T_\mathrm{E}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(65\ \mathrm{K} + 60\ \mathrm{K}\right) = 62{,}5\ \mathrm{K}$$

2) Bestimmung von A

$$A = l \cdot \pi \cdot d_i = 1\ \mathrm{m} \cdot \pi \cdot 0{,}012\ \mathrm{m} = 0{,}038\ \mathrm{m}^2$$

3) Bestimmung der Wärmedurchgangszahl k

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_\mathrm{Benzol}} + \frac{d_\mathrm{W}}{\lambda_\mathrm{Wand}} + \frac{1}{\alpha_\mathrm{Wasser}}$$

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{30000} + \frac{0{,}002}{2{,}5} + \frac{1}{1000}\right)\ \mathrm{kJ}^{-1} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{K} = 0{,}00183\ \mathrm{kJ}^{-1} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{K}$$

$$k = 546\ \mathrm{kJ} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{h}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$$

4) Bestimmung des Stoffmengenstroms $\dot{n}$ von Benzol

$$\dot{n} = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T_\mathrm{m}}{\Delta H_\mathrm{V}}$$

$$\dot{n} = \frac{546\ \mathrm{kJ} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{h}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot 0{,}038\ \mathrm{m}^2 \cdot 62{,}5\ \mathrm{K}}{31\ \mathrm{kJ} \cdot \mathrm{mol}^{-1}} = 41{,}8\ \mathrm{mol} \cdot \mathrm{h}^{-1}$$

Aufgabe 15

In einem Rohrreaktor soll Benzol in der Gasphase bei 433 K über einem Ni/Al_2O_3-Kontakt hydriert werden:

$$C_6H_6 + 3\cdot H_2 \xrightarrow{(Ni/Al_2O_3;160°C)} C_6H_{12} \qquad H_R = -206{,}4\ \text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Der Kontakt ist in den Rohren enthalten. Die Rohre sind von siedendem Wasser umgeben, das unter einem Druck von 303,9 kPa bei 405 K verdampft (Erzeugung von Niederdruckdampf). Bei Katalysatorstudien wurde gefunden, dass man einen vollständigen Umsatz des Benzols erreicht, wenn man mit einer Kontaktbelastung von 0,5 l flüssigem Benzol pro 1 l Kontakt und 1 Stunde arbeitet.

Welchen Durchmesser müssen die Kontaktrohre haben, damit die Reaktionswärme bei einer Innentemperatur von 433 K und einer Außentemperatur von 405 K abgeführt werden kann? Die Dichte von Benzol beträgt ρ = 880 kg·m^{-3}. Es gilt weiterhin α_{Benzol} = 120 kJ·m^{-2}·h^{-1}·K^{-1}, α_{Wasser} = 6000 kJ·m^{-2}·h^{-1}·K^{-1}, λ_{Wand} = 180 kJ·m^{-1}·h^{-1}·K^{-1}und d = 5 mm.

Gegeben:

T_{Benzol} = 433 K	Temperatur des Benzols
T_{Wasser} = 405 K	Wassertemperatur
ρ = 880 kg·m^{-3}	Dichte von Benzol
$\dot{V}_{Benzol}$ = 0,5 l·h^{-1}	Volumenstrom des Benzols
V_{Kontakt} = 1 l	Volumen des Kontaktrohres
ΔH_R = -206,4 kJ·mol^{-1}	Reaktionsenthalpie
α_{Benzol} = 120 kJ·m^{-2}·h^{-1}·K^{-1}	Wärmeübergang von Benzol
α_{Wasser}= 6000 kJ·m^{-2}·h^{-1}·K^{-1}	Wärmeübergang von Wasser
λ_{Wand} = 180 kJ·m^{-1}·h^{-1}·K^{-1}	Wärmeleitung der Wand
d = 5 mm	Wanddicke

Lösung:

Ansatz: Wärmestrom für Reaktion = Wärmestrom durch Rohrwand

$$\dot{n}_{Benzol} \cdot |\Delta H_R| = k \cdot A \cdot \Delta T \qquad (1)$$

mit:

$$V_{Kontakt} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \quad \text{bzw.} \quad l = \frac{4 \cdot V_{Kontakt}}{\pi \cdot d^2}$$

$$A = \pi \cdot d \cdot l = \pi \cdot d_{Rohr} \cdot \frac{4 \cdot V_{Kontakt}}{\pi \cdot d^2_{Rohr}} = \frac{4 \cdot V_{Kontakt}}{\mathrm{d}_{Rohr}}$$

Durch einsetzen in Gleichung (1) und umformen ergibt sich für den Kontaktrohrdurchmesser d_{Rohr}:

$$d_{Rohr} = \frac{k \cdot 4 \cdot V_{Kontakt} \cdot \Delta T}{\dot{n}_{Benzol} \cdot \Delta H_R}$$

1) Bestimmung des Stoffmengenstrom $\dot{n}_{Benzol}$

$$\dot{n}_{Benzol} = \frac{\dot{m}_{Benzol}}{\dot{M}_{Benzol}} = \frac{\rho \cdot \dot{V}_{Benzol}}{\dot{M}_{Benzol}} = \frac{0{,}88 \ \mathrm{g \cdot cm^{-3}} \cdot 500 \ \mathrm{cm^3}}{78 \ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}} = 5{,}64 \ \mathrm{mol \cdot h^{-1}}$$

2) Bestimmung von ΔT

$\Delta T = T_{Benzol} - T_{Wasser}$ = 433 K – 405 K = 28 K

3) Bestimmung der Wärmedurchgangszahl k

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{Benzol}} + \frac{d}{\lambda_{Wand}} + \frac{1}{\alpha_{Wasser}}$$

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{120} + \frac{0{,}005}{180} + \frac{1}{6000}\right) \mathrm{kJ^{-1} \cdot m^2 \cdot h \cdot K} = 0{,}00853 \ \mathrm{kJ^{-1} \cdot m^2 \cdot h \cdot K}$$

$$k = 117{,}2 \ \mathrm{kJ \cdot m^{-2} \cdot h^{-1} \cdot K^{-1}}$$

4) Bestimmung des Rohrdurchmessers d_{Rohr}

$$d_{\text{Rohr}} = \frac{k \cdot 4 \cdot V_{\text{Kontakt}} \cdot \Delta T}{\dot{n}_{\text{Benzol}} \cdot \left|\Delta H_{\text{R}}\right|}$$

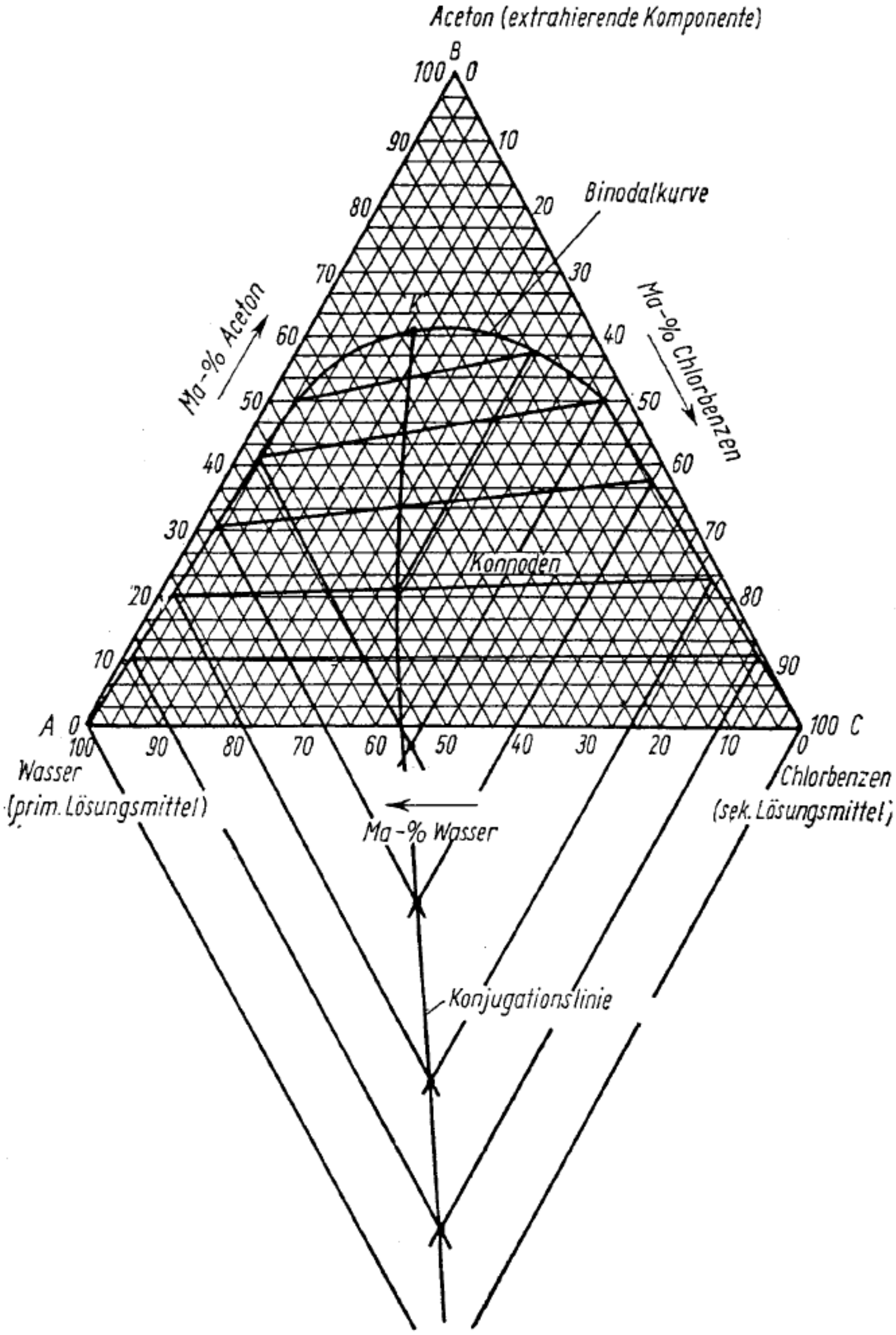
$$d_{\text{Rohr}} = \frac{117{,}2\ \text{kJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 4 \cdot 0{,}001\ \text{m}^3 \cdot 28\ \text{K}}{5{,}64\ \text{mol} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 206{,}4\ \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0{,}0113\ \text{m}$$

Aufgabe 16

Es sind im Extraktionsdiagramm (Dreiecksdiagramm) für das System Wasser-Aceton-Chlorbenzen nach der experimentell ermittelten Gleichgewichtszusammensetzung der koexistierenden Phasen die Binodalkurve, die Konnoden und die Konjugationslinie aufzutragen.
Gleichgewichtszusammensetzung der koexistierenden Phasen in Ma-% für das System Wasser-Aceton-Chlorbenzen
Zu ermitteln sind:

a) Der Gehalt an Wasser und Chlorbenzen in der wäßrigen Schicht bei einer Acetonkonzentration von 42 Ma.-%.
b) Die Zusammensetzung in der Chlorbenzenschicht, die mit der wäßrigen Schicht bei einer Acetonkonzentration von 42 Ma.-% im Gleichgewicht steht.
c) Die Mindestmenge Aceton, die notwendig ist, damit sich ein Gemisch – bestehend aus 50 kg Wasser und 200 kg Chlorbenzen – nicht mehr in Schichten trennt.
d) Die stündliche Extraktionsmittelmenge und die erforderliche Trennstufenzahl. Aceton wird aus einem Gemisch mit 50 Ma.-% Wasser und 50 Ma.-% Aceton in einem kontinuierlichen Gegenstrom durch reines Chlorbenzen extrahiert.
Die Extraktphase muß 34 Ma.-% und die Raffinatphase darf nicht mehr als 2 Ma.-% Aceton enthalten. Der Anlage werden stündlich 100 kg Extraktionsgut zugeführt.

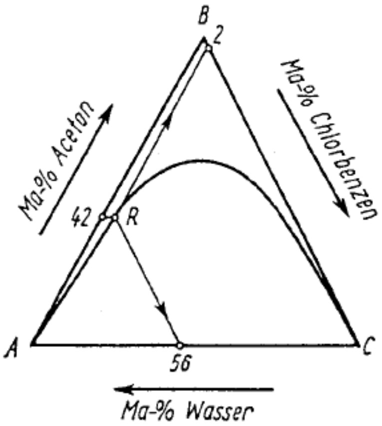
Wäßrige Schicht			Organische Schicht		
Wasser	Aceton	Chlorbenzen	Wasser	Aceton	Chlorbenzen
99,9	0	0,1	0,2	0	99,8
89,8	10	0,2	0,5	10,8	88,7
79,7	20	0,3	0,8	22,2	77,0
69,4	30	0,6	1,7	37,5	60,8
58,6	40	1,4	3,0	49,5	47,5
46,3	50	3,7	7,2	59,2	33,6
27,4	60	12,6	23,8	61,1	15,1
25,7	60,6	13,7	Kritischer Punkt		



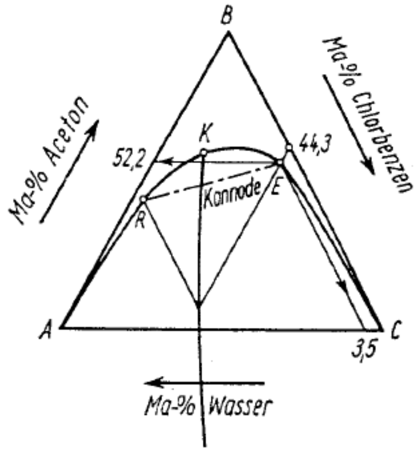
Extraktionsdiagramm für das System
Wasser-Aceton-Chlorbenzen

Lösungen:

a) 42 Ma-% Aceton, 2 Ma-% Chlorbenzen, 56 Ma-% Wasser.
b) 52,2 Ma-% Aceton, 44,3 Ma-% Chlorbenzen, 3,5 Ma-% Wasser.



Extraktionsdiagramm mit Binodalkurve

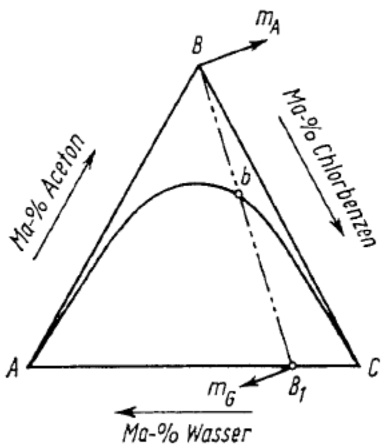


Extraktionsdiagramm mit Konjugationslinie

c) Im Punkt B des Dreiecksdiagrammes liegt die reine Komponente Aceton, auf der Seite $\overline{AC}$ des Dreiecks das Zweistoffgemisch 50 kg Wasser und 200 kg Chlorbenzen; das sind 20 Ma-% Wasser und 80 Ma-% Chlorbenzen.
Gibt man dem Zweistoffgemisch Aceton zu, so ändert sich die Gesamtzusammensetzung längs des Strahles BB_1. Das Mengenverhältnis der beiden anderen Komponenten $g_{\text{Chlorb.}}/g_{\text{Wasser}}$ bleibt konstant. Im Schnittpunkt mit der Binodalkurve b endet die Zerlegung in zwei Phasen (lt. Aufgabenstellung der gesuchte Punkt).
Nach dem Hebelgesetz für Drehpunkt b gilt:

$$m_A \overline{Bb} = m_G \overline{bB_1}$$

$$m_A = \frac{250\text{ kg} \cdot 33\text{ mm}}{23\text{ mm}} = \underline{359\text{ kg Aceton}}$$

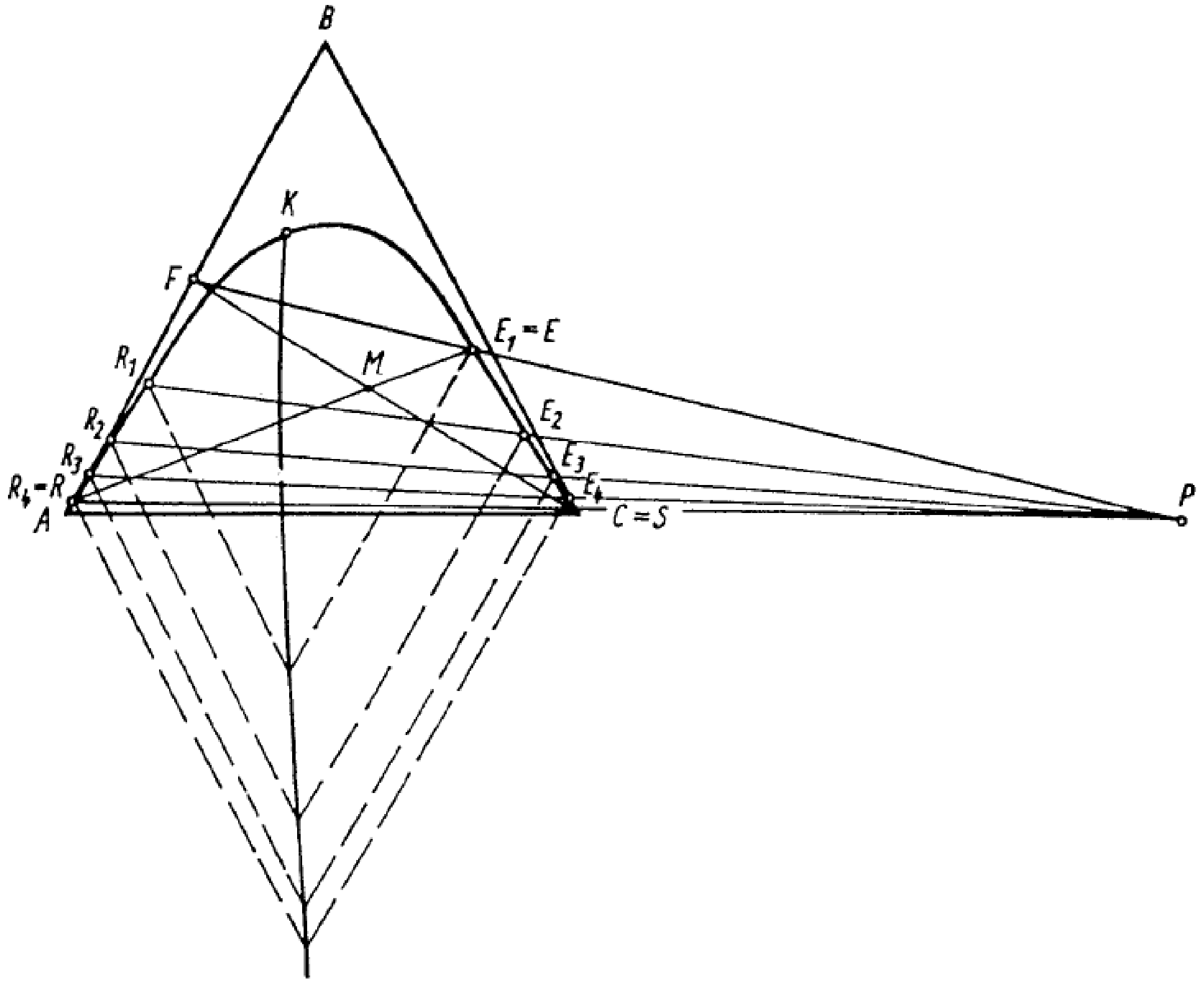


Hebelbeziehungen im Extraktionsdiagramm

d) Für die kontinuierlich arbeitende Gegenstromanlage ergeben sich 4 theoretische Trennstufen.
Extraktionsmittelmenge (Chlorbenzen):
Nach dem Hebelgesetz gilt für Drehpunkt M

$$\dot{m}_F \overline{FM} = \dot{m}_S \overline{MS}$$

$$\dot{m}_S = 100\,\text{kg h}^{-1}\,\frac{25\,\text{mm}}{26\,\text{mm}} = \underline{94{,}2\,\text{kg h}^{-1}}$$



Bestimmung der theoretischen Trennstufenzahl im Extraktionsdiagramm