Vorlesung “Mechanische und thermische Grundoperationen“
des Moduls “Technische Chemie”
für Chemie-Bachelor-Studenten der Universität Stuttgart
von apl. Prof. Dr. Michael Hunger

Gliederung der Vorlesung “Mechanische und thermische Grundoperationen“ von apl. Prof. Dr. Michael Hunger

Literatur zur Vorlesung

Grundoperationen allgemein:

1. W.R.A. Vauck und H.A. Müller: **"Grundoperationen chemischer Verfahrenstechnik"**, 11. überarbeitete und erweiterte Aufl., Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart (2000).
2. **"Lehrbuch der Technischen Chemie"**, M. Baerns, J. Falbe, F. Fetting, H. Hofmann, W. Keim und U. Onken, Hrsg., Georg Thieme Verlag, Stuttgart, New York.
   - Band 1, M. Baerns, H. Hofmann und A. Renken: "Chemische Reaktionstechnik", (1987).
   - Band 2, J. Gmehling und A. Brehm: **"Grundoperationen"**, (1996).
   - Band 3, U. Onken und A. Behr: "Chemische Prozesskunde", (1996).
3. M. Jakubith: **"Grundoperationen und chemische Reaktionstechnik, Einführung in die Technische Chemie"**, Wiley-VCH, Weinheim, New York, Basel, Cambridge, Brisbane, Singapore, Toronto (1998).
5. M. Jakubith: **"Chemische Verfahrenstechnik, Einführung in Reaktionstechnik und Grundoperationen"**, Wiley-VCH, Weinheim, New York, Basel, Cambridge, Brisbane, Singapore, Toronto (1991).

Thermische Grundoperationen:

6. P. Grassmann und F. Widmer: **"Einführung in die thermische Verfahrenstechnik"**, 3. vollst. Überarbeitete Aufl., Walter de Gruyter: Berlin, New York (1997).
7. K. Sattler: **"Thermische Trennverfahren: Grundlagen, Auslegung, Apparate**",
   3. überarbeitete und erweiterte Aufl., Wiley-VCH, Weinheim (2001).
8. A. Schönbucher: **"Thermische Verfahrenstechnik: Grundlagen und Berechnungsmethoden für Ausrüstungen und Prozesse"**, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Hongkong (2002).

Grundoperationen und Verfahrenstechnik:

9. W. Hemming: **"Verfahrenstechnik"**, Vogel, Würzburg (1999).
10. H.-D. Bockhardt, P. Güntzschel und A. Poetschukat: **"Grundlagen der Verfahrenstechnik für Ingenieure"**, 4. durchgesehene Aufl., Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, Stuttgart (1997).

1. Einleitung
1.1 Geschichte der Beschreibung chemischer Technologien

- A. Libavius, 1597, Frankfurt/M., erstes methodisches Lehrbuch

stoffbezogenes Konzept der Beschreibung chemischer Prozesse

$\Downarrow$

- G.E. Davis, 1888, Manchester, Vorlesung gegliedert nach wiederkehrenden Prozessen

vom konkret-stofflichen Konzept losgelöste Beschreibung von Prozesselementen (Filtration, Destillation etc.)

$\Downarrow$

- A.D. Little, 1915, USA, definiert Chemieingenieurwesen

Wissenschaft der Anwendung und Kombination von Grundoperationen bzw. ‚unit operations‘

<u>Fließbild eines chemischen Prozesses</u>

Rohstoffe

$\downarrow$

$\rightarrow$ Aufbereitung der Rohstoffe (Grundoperationen)

vollständige Stoffverwer-tung $\uparrow$

$\downarrow$

$\rightarrow$ chemische Umsetzung (Reaktionstechnik)

$\uparrow$ $\downarrow$

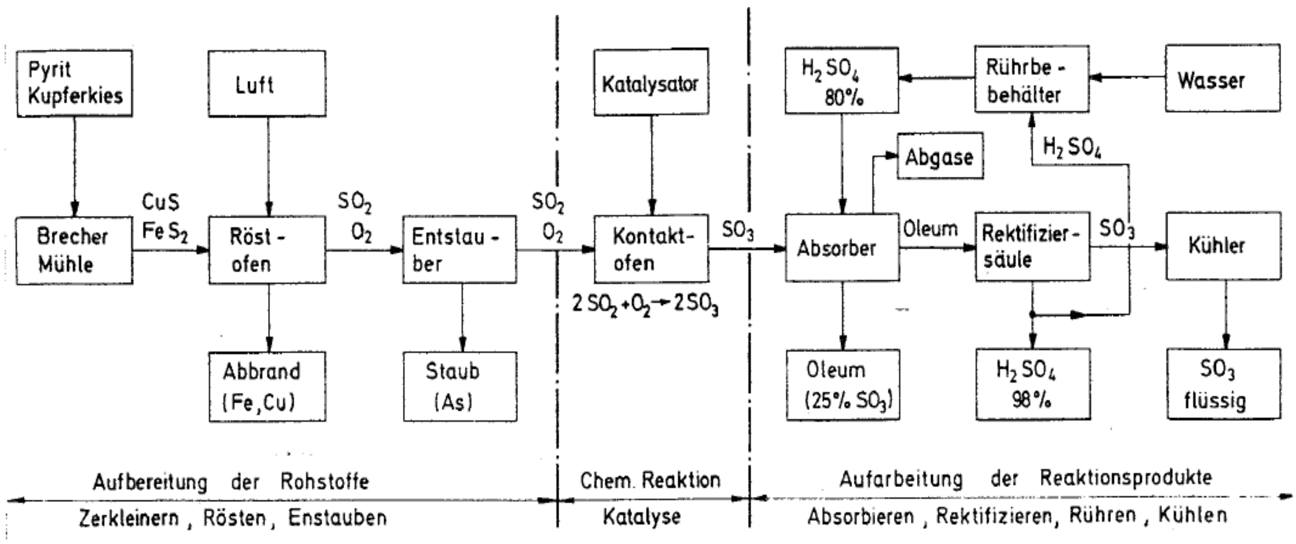
andere Prozesse $\leftarrow$ Aufarbeitung der Produkte (Grundoperationen)

$\downarrow$

Verkauf $\leftarrow$ Produkte $\rightarrow$ Lagerung

Beispiel

- Schwefelsäureherstellung nach dem Kontaktverfahren:



chemische Umsetzung an fein verteiltem Platin oder V_2O_5 bei 425 bis 600°C

Ziel der wissenschaftlichen Untersuchung von Grundoperationen

- einheitliche physikalische und mathematische Beschreibung
- Verknüpfung von Mikro- und Makrovorgängen
- Vereinheitlichung wiederkehrender Prozesselemente und deren Standardisierung
- Optimierung der Prozesselemente

Bedeutung der Vorlesung für Chemiestudenten

- Einschätzung der technischen Realisierbarkeit bei Überleitung von neuen chemischen Prozessen in die industrielle Anwendung
- Erlernung der Fachsprache der Chemieingenieure als Voraussetzung für die innerbetriebliche Kommunikation
- Grundoperationen sind oft auch Umweltschutztechniken

1.2 Einteilung der Grundoperationen (GO)

- nach physikalischen Grundprinzipien:
  - a) magnetische GO
  - b) elektrische GO
  - c) mechanische GO $\rightarrow$ Inhalt der Vorlesung
  - d) thermische GO $\rightarrow$ Inhalt der Vorlesung
- nach Zielsetzung:

  z.B. Zerkleinerung, Trennen, Mischen, Erwärmen etc.
- nach Phasen, siehe z.B. Tabelle für Trennverfahren

Phasen	mechanisch	thermisch
fest/fest	Klassieren Trennen nach Korngröße Sortieren Trennen nach Dichte Flotation * Trennen nach Benetzbarkeit	
fest/flüssig	Filtrieren * Sedimentation Zentrifugieren Zyklon	Trocknen Feststoffextraktion * Auslaugen von Stoffen
fest/gas	Gasfilter Zyklon	
flüssig/flüssig		Destillation Rektifikation Solventextraktion * selektives Lösen
flüssig/gas		Strippen * Ausblasen eines gelösten Absorptivs
gas/gas		Absorption * Eindringen in ein Absorbens Adsorption * Bindung an Festkörper-oberfläche

*: Verfahren mit Hilfsstoffen

1.3 Mathematische Beschreibung von Grundoperationen

Ausgangspunkt

- drei wichtige Bilanzgleichungen für die Beschreibung von Abläufen bei Grundoperationen und in Reaktionstechnik:
  a) Gleichung für das Konzentrationsfeld eines Reaktanten
  b) Gleichung für das Temperaturfeld eines Kontinuums
  c) Gleichung für das Geschwindigkeitsfeld eines Fluides (Navier-Stokes-Gleichung)

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = a_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right)$$

zeitliche und räumliche Veränderung der Geschwindigkeit u_z	Trägheits-kraft	Druck-kraft	Reibungskraft

- inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung, die geschlossen meist nicht lösbar ist
- nach Einzelfallbetrachtung können verschiedene Terme vernachlässigt werden und Gleichung wird oft lösbar

Alternative

→ Einführung von dimensionslosen Kennzahlen, die in einfachen funktionalen Zusammenhängen (Kriteriengleichungen) stehen

→ Beschreibung der Prozesselemente mittels dieser Kriteriengleichungen, deren freie Parameter durch Messungen an ähnlichen Modellen bestimmt werden

1.3.1 Ähnlichkeit von Modellen

- Ähnlichkeit liegt vor:
  a) wenn betrachtete Vorgänge unter geometrisch ähnlichen Verhältnissen ablaufen
  b) wenn ähnliche physikalische Größen an ähnlichen Raumpunkten in ähnlichen Zeitabschnitten betrachtet werden

$\rightarrow$ Einführung von Ähnlichkeitskoeffizienten ϕ_i

- Veranschaulichung anhand des Newtonschen Kraftgesetzes:

reales System | | Modellsystem
$F = m\,a$ bzw. $F' = m'\,a'$

mit $F' = \phi_F\,F$; $m' = \phi_m\,m$; $a' = \phi_a\,a$

d.h. $F' = m'\,a'$ entspricht $\phi_F\,F = \phi_m\,m\,\phi_a\,a$

$\rightarrow$ $\phi_F = \phi_m\,\phi_a$ oder $\phi_m = \phi_F / \phi_a$ etc.

$\rightarrow$ bei Vorgabe einiger Ähnlichkeitskoeffizienten ϕ_i können die anderen Koeffizienten berechnet werden

Übungsaufgabe 1

1.3.2 Funktionale Zusammenhänge dimensionsloser Kennzahlen

Grunddimensionen

- Aufbau physikalischer Größen:

Maßzahl · Maßeinheit $\rightarrow$ letztere besteht aus Grunddimensionen

Masse	(in kg)	$\rightarrow$	M
Länge	(in m)	$\rightarrow$	L
Zeit	(in s)	$\rightarrow$	T
Temperatur	(in K)	$\rightarrow$	Θ

z.B. Fläche: L^2; Druck: $ML^{-1}T^{-2}$

Dimensionslose Kennzahlen Π_j

- dimensionslose Verhältnisse physikalischer Größen

  z.B. Froude-Zahl:

$$\mathrm{Fr} = \left(\frac{u^2}{l \cdot g}\right) \qquad \text{mit Grunddimensionen} \quad \left[\frac{L^2}{T^2}\,\frac{T^2}{L \cdot L}\right]$$

(u: Geschwindigkeit; l: Länge; g: Erdbeschleunigung)

Kriteriengleichungen

- Potenzfunktionen $\quad C = \Pi_1^{\alpha}\,\Pi_2^{\beta}\,\Pi_3^{\gamma}$

  mit den experimentell an ähnlichen Modellen zu bestimmenden

  Parametern C, α, β, γ

Π-Theorem von Buckingham

Anzahl der linear unabhängigen Kennzahlen	=	Anzahl der physikalischen Größen	-	Anzahl der Grunddimen-sionen

1.3.2 Herleitung einer Kriteriengleichung

Beispiel

Beschreibung des hydrodynamischen Zustandes eines strömenden Fluides (anstelle von Navier-Stokes-Gleichung)

1) Ermittlung der physikalischen Größen, die das System beschreiben
   - Kontinuumseigenschaften des Fluides:

     Dichte ρ [ML^{-3}]

     dynamische Viskosität η [$ML^{-1}T^{-1}$]
   - verfahrenstechnische Parameter

Druck p $[ML^{-1}T^{-2}]$

Geschwindigkeit u $[LT^{-1}]$

Beschleunigung a $(LT^{-2}]$

Abmessung d $[L]$

Wegstrecke x $[L]$

- Anzahl der linear unabhängigen Kennzahlen (Π-Theorem):

  7 physikalische Größen - 3 Grunddimensionen = 4

2) Potenzprodukt der physikalischen Größen und Grunddimensionen

$$C = p^{\alpha} \; u^{\beta} \; d^{\gamma} \; \eta^{\delta} \; \rho^{\varepsilon} \; a^{\varphi} \; x^{\kappa}$$

bzw.

$$C = [ML^{-1}T^{-2}]^{\alpha} \; [LT^{-1}]^{\beta} \; [L]^{\gamma} \; [ML^{-1}T^{-1}]^{\delta} \; [ML^{-3}]^{\varepsilon} \; [LT^{-2}]^{\varphi} \; [L]^{\kappa}$$

sowie geordnet nach den Grunddimensionen

$$C = [L]^{-\alpha+\beta+\gamma-\delta-3\varepsilon+\varphi+\kappa} \; [M]^{\alpha+\delta+\varepsilon} \; [T]^{-2\alpha-\beta-\delta-2\varphi}$$

3) Bedingung der Dimensionslosigkeit

für L: $-\alpha + \beta + \gamma - \delta - 3\varepsilon + \varphi + \kappa = 0$

für M: $\alpha + \delta + \varepsilon = 0$

für T: $-2\alpha - \beta - \delta - 2\varphi = 0$

4) Reduzierung der Anzahl der Exponenten

- Reduzierung auf die in Punkt 1) bestimmte Anzahl, d.h. 4 im betrachteten Beispiel

→ 3 Exponenten werden als Funktion der anderen Exponenten dargestellt

aus T: $\beta = -2\alpha - \delta - 2\varphi$

aus M: $\varepsilon = -\alpha - \delta$

aus L: $\gamma = \alpha - \beta + \delta + 3\varepsilon - \varphi - \kappa = -\delta + \varphi - \kappa$

- Potenzproduktder physikalischen Größen mit reduziertem Satz von Exponenten

$$C = p^{\alpha} \; u^{-2\alpha-\delta-2\varphi} \; d^{-\delta+\varphi-\kappa} \; \eta^{\delta} \; \rho^{-\alpha-\delta} \; a^{\varphi} \; x^{\kappa}$$

(evtl. sind hierzu mehrere Ansätze notwendig, bis man zu Sätzen von bekannten Kennzahlen gelangt)

5) Ordnen nach gleichen Exponenten

$$C = \left(\frac{p}{u^2 \cdot \rho}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\eta}{u \cdot d \cdot \rho}\right)^{\delta} \cdot \left(\frac{d \cdot a}{u^2}\right)^{\varphi} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^{\kappa}$$

Euler-	Reynolds-	Froude-	Geometrie-
Zahl, Eu	Zahl, Re^{-1}	Zahl, Fr^{-1}	Zahl, Γ

(vergleiche Tabelle auf Seite 114)

$$\rightarrow \qquad C = \mathrm{Eu}^{\alpha} \cdot \mathrm{Re}^{-\delta} \cdot \mathrm{Fr}^{-\varphi} \cdot \Gamma^{\kappa}$$

(siehe auch Seiten 16, 27, 78 und 90)

- die freien Parameter dieser Kriteriengleichung werden experimentell an einem ähnlichen Modell bestimmt

2. Mechanische Verfahren

2.1 Zerkleinerung von Feststoffen

Ziel

- Vorbereitung von Trennverfahren (z.B. Flotation, Extraktion)
- Oberflächenvergrößerung für chemische Reaktionen
- Produkte mit geforderter Korngröße

→ ca. 6 % der weltweit erzeugten Energie wird für Zerkleinerung verwendet (einschließlich Abbau)

Bruchvorgang

- der Bruch beginnt mit Überwindung der molekularen Zerreißspannung Z_m

$$Z_m = \sqrt{\frac{E \cdot \sigma}{r_{mR}}}$$ mit E: Elastizitätsmodul ($10^{10} \ldots 10^{11}$ Pa)

σ: Oberflächenenergie ($10^{-2} \ldots 1$ J/m^2)

r_{mR}: molekulare Reichweite ($5 \cdot 10^{-10} \ldots 10^{-9}$ m)

- nach der Theorie beträgt Z_m ca. $10^9 \ldots 10^{10}$ Pa, jedoch verringern Kerbstellen und Defekte in realen Feststoffen diesen Wert um den Faktor $10^{-2} \ldots 10^{-3}$ auf die technische Zerreißspannung Z_t
- damit der Bruch irreversibel ist, muss Bruchspalt breiter als die molekulare Reichweite (s.o.) sein

bruchfördernde Einflussgrößen

- thermische Bewegung: Feststoffbindungen brechen zeitweilig auf
- Zerkleinerungschemie: Oberflächenenergie σ wird herabgesetzt (z.B. mittels Gasen, Lösungsmitteln, Tensiden etc.)
- z.B. Steigerung (Faktor s.u.) der Oberflächenentwicklung beim Mahlen von Eisenpulver:

Hilfsstoff	Isoamylol	Methanol	Wasser	Benzol
Faktor	12	2,5	1,0	0,5

technische Zerkleinerungsarbeit W_z

- allgemeines Gesetz $$\frac{dW_z}{dx} \cdot \frac{1}{m_z} = -C \cdot x^{\alpha}$$

mit m_z: Masse des Zerkleinerungsgutes

C, α: Konstanten und x: Korngröße

- abgeleitete Gesetze

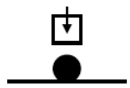
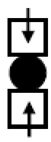
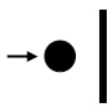
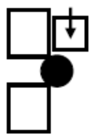
Wert von α	Gesetz	Name
-2	$\frac{W_z}{m_z} = -\int_D^d \frac{C}{x^2 dx} \quad \rightarrow \quad \frac{W_z}{m_z} = C \cdot \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$	Rittinger, 1867
-1	$\frac{W_z}{m_z} = C(\ln D - \ln d)$	Kick, 1885
-1,5	$\frac{W_z}{m_z} = C \cdot \left(\frac{1}{d^{0,5}} - \frac{1}{D^{0,5}} \right)$ oder auch $\frac{W_z}{m_z} = C \cdot \left(\frac{\sqrt{n}}{d} \right)^{0,5}$	Bond, 1960

mit D: Korndurchmesser vor Zerkleinerung

d: Korndurchmesser nach Zerkleinerung

n: Zerkleinerungsgrad ($n = D/d$)

Beanspruchungsarten

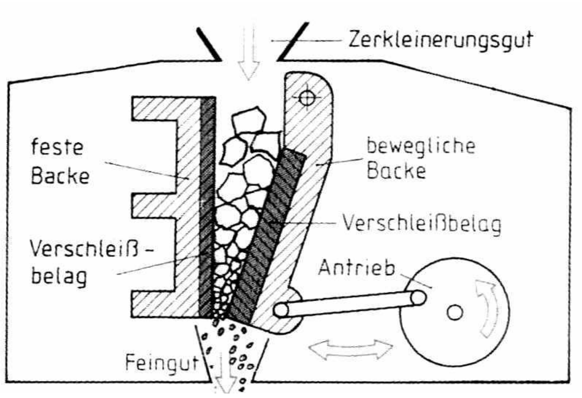
Material	Beanspruchung	allgem. Bezeichnung
hart spröde	Schlag:  Druck:  Prall: 	meist Brecher
weich elastisch	Scherung: 	meist Mühlen

Schnitt:

2.1.1 Bauformen einiger Brechern und Mühlen

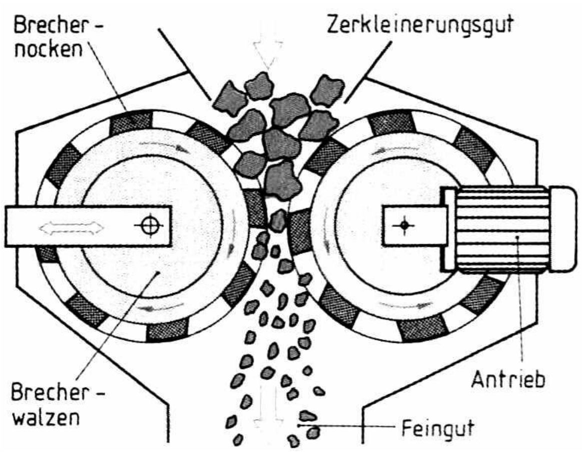
Backenbrecher

- Blake, 1858
- Einschwingen-, Kniehebel-, Schwingenbacken-brecher



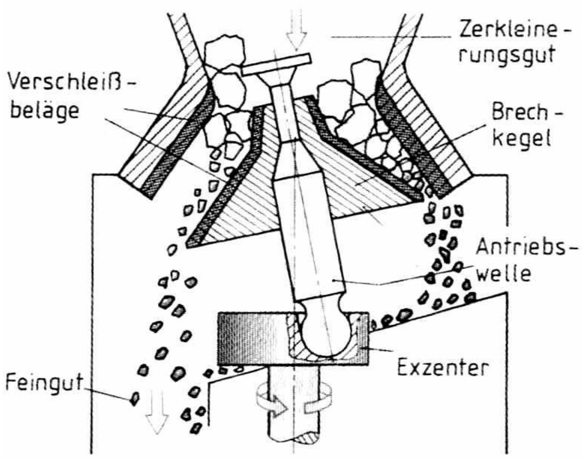
Walzenbrecher

- Walzendurchmesser von 0,6-1,3 m
- Drehzahlen von 50-100 min^{-1}



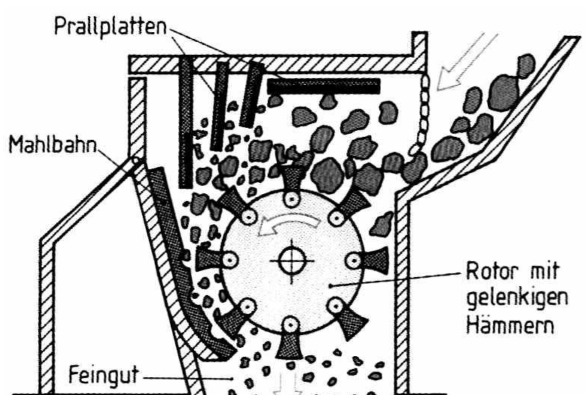
Kegelbrecher

- Exzenterantrieb
- Steilkegel: 25-40^{o}
- Flachkegel: 60-90^{o}



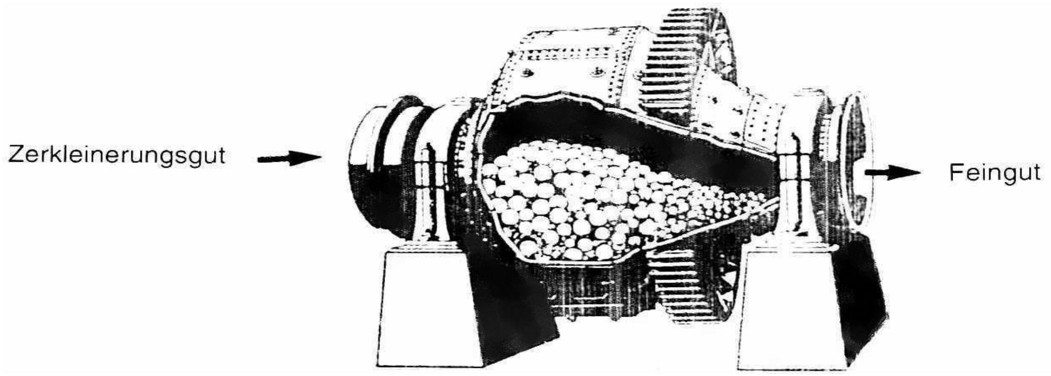
Hammermühle

- auch Hammerbrecher
- Drehzahlen von

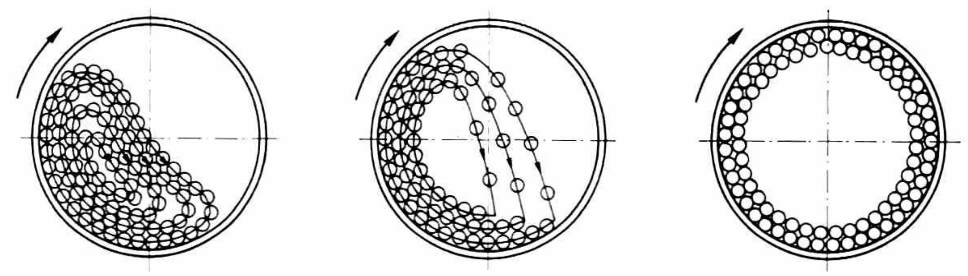


100-400 min^{-1}

Kugelmühlen



- auch Rohrmühle genannt
- Mahlkörper können Kugeln, Stangen, Würfel u.a. sein
- es gibt eine kritische Drehzahl n_c, die nicht über schritten werden darf



Drehzahl	$n << n_c$	$n < n_c$	$n > n_c$
	Abrollbewegung	Fallbewegung	ohne Bewegung
	Feinmahlen	Grobmahlen	kein Mahleffekt

- bei der kritischen Drehzahl n_c ist die Zentrifugalkraft F_z so groß wie die Schwerkraft F_s, die auf das Mahlgut wirken

$$\rightarrow \quad F_s = F_z \quad \text{bzw.} \quad mg = m\,\omega_c^2\, r_T$$

$$= m\,(2\pi n_c)^2\, \frac{d_T}{2}$$

mit Masse des Mahlgutes m, Trommelradius r_T bzw. Durchmesser d_T und kritische Kreisfrequenz ω_c

$$\rightarrow \qquad n_c = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2g}{d_T}}$$

Übungsaufgaben 2 und 3

Eigenschaften von Zerkleinerungsapparaten

Maschine	Zerkleinerungsgrad	Beanspruchung	Zerkleinerungsgut (Beispiele)	Aufgabekorngröße in mm	Endkorngröße in mm	Durchsatz in t/h
Backenbrecher	3··· 6	Druck, Schlag	Erz, hartes Gestein	130··· 1500	25···350	5···1200
Walzenbrecher (Walzenmühle)	4··· 6	Druck, Schlag	Gestein, Kohle, Salze	100···350 (10··· 50)	15··· 80 (0,8···15)	50···1200 (50···300)
Kegelbrecher	4··· 6	Druck, Scherung	Erz, hartes Gestein	25···300	5··· 75	8···600
Prall- und Hammerbrecher	10···15	Schlag, Prall	Kohle, Kalkstein	50···600	5··· 50	20···300
Wälzmühlen	10···50	Druck, Scherung	Kohle, Ton, Klinker	20··· 30	0,05···1	3···150
Kugelmühle	10···50	Schlag, Scherung	Quarz, Zement	20··· 30	< 0,01	2··· 60
Schwingmühle	10···50	Schlag, Scherung	Bauxit, Schlacke	0,5··· 30	0,001··· 0,05	2··· 20
Prallmühle	10···50	Schlag, Prall	Düngesalze, Harze	20··· 30	0,05··· 0,5	0,5 ···20
Hammermühle	10···50	Schlag, Prall	Stein- und Braunkohle	20··· 30	0,05···0,5	0,5 ···20
Schlägermühle	10···50	Schlag, Prall	Asbest, Gips, Branntkalk	20···100	0,1 ···5	0,1 ···10
Stiftmühle Schlagscheibenmühle	···50	Schlag, Prall, Scherung	Farbstoffe, Nahrungsmittel ölhaltige Stoffe	10··· 20	0,005··· 0,02	0,02··· 6
Walzenmühle	···50	Druck, Scherung	Getreide, Pasten	5··· 10	0,005···0,1	0,1 ···10
Rohrmühle	10···50	Schlag, Scherung	Zementklinker, Schlacke, Phosphat, Koks	20··· 30	< 0,01	···600

Abhängigkeit der aufzuwendenden

https://michael-hunger.de

Zerkleinerungsenergie

2.2 Flüssigkeitszerteilung

Ziel

- Schaffung einer großen Flüssigkeitsoberfläche (Filme, Fäden, Tröpfchen) z.B. für Absorption von Gasen oder chemische Reaktionen mit Gasen
- Überwindung der Van-der-Waals-Kräfte zwischen Flüssigkeits-molekülen (viele Größenordnungen kleiner als bei Feststoffen)

2.2.1 Eigenschaften von Flüssigkeitsstrahlen

Anwendung der Ähnlichkeitstheorie

- 5 physikalische Größen
  - d : Durchmesser der Austrittsöffnung
  - u : Strömungsgeschwindigkeit in m/s
  - ν : kinematische Viskosität in m^2/s ($\nu = \eta/\rho$, η: dynamische Viskos.)
  - ρ : Dichte der Flüssigkeit in kg/m^3
  - σ : Oberflächenenergie in J/m^2
- 3 Grunddimensionen (M, L, T)

→ 2 Kennzahlen: *Reynolds-Zahl* $\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d}{\nu} = \frac{u \cdot d \cdot \rho}{\eta}$

Trägheitskraft / innere Reibungskraft

Weber-Zahl $\mathrm{We} = \frac{\rho \cdot u^2 \cdot d}{\sigma}$

Trägheitskraft / Oberflächenkraft

- Kriteriengleichung: $C = \mathrm{Re}^{\alpha} \cdot \mathrm{We}^{\beta} = \left(\frac{u \cdot d}{\nu}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\rho \cdot u^2 \cdot d}{\sigma}\right)^{\beta} \rightarrow$

Strömungsgeschwindigkeit $u = \left(\frac{C\sigma^{\beta}\nu^{\alpha}}{\rho d^{\alpha+\beta}}\right)^{1/(\alpha+2\beta)}$

Experimentell ermitteltes Verhalten von Flüssigkeitsstrahlen:

- $\mathrm{ReWe}^2 < 3 \cdot 10^8$: Strahl zertropft, Brause, Verteilerrohr
- $\mathrm{ReWe}^2 \approx 3 \cdot 10^8 \ldots 10^{12}$: Strahl zerspritzt, Prall
- $\mathrm{ReWe}^2 > 10^{12}$: Strahl zersprüht, Düse

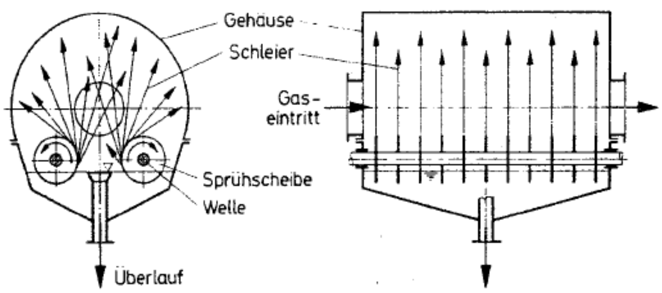
2.2.2 Technische Realisierung der Flüssigkeitszerteilung

Übersicht

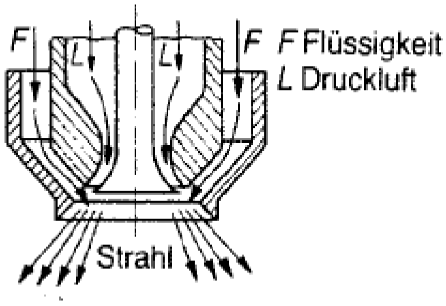
	Berieselung	Zerspritzen	Zerstäuben
Vorrichtung	Salinen Hordenkolonne Bodenkolonne Füllkörperkol. (siehe S. 97/98)	rotierende Teller (Ströder- und Feldwäscher, siehe unten)	Druckdüsen Zerstäuber- scheiben (siehe unten)
Wirkungsprinzip	hydrostatischer Druck	Prall und Fliehkraft	Flüssigkeitsdruck Fliehkraft

Beispiele

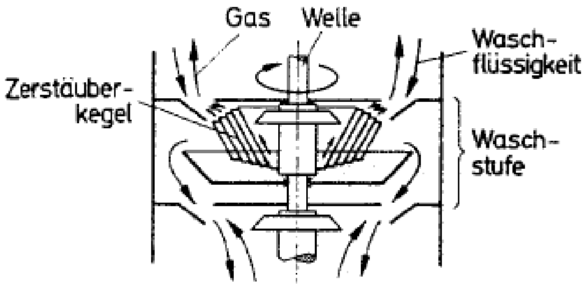
a) Ströder-Wäscher



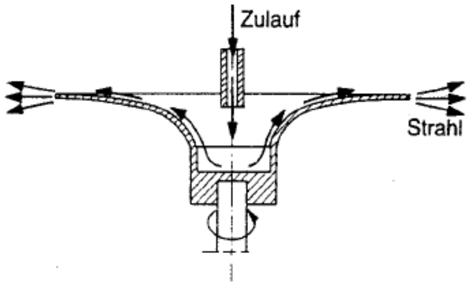
c) Druckdüsen



b) Feldwäscher



d) Zerstäuberscheibe



2.3 Filtration

Ziel

- Trennung der Feststoff- und Flüssigkeitsphasen einer Suspension

Unterscheidung

- Klärfiltration: Reinigung der Flüssigkeit, kleine Feststoffmenge
- Scheidefiltration: Feststoffgewinnung, große Feststoffmenge

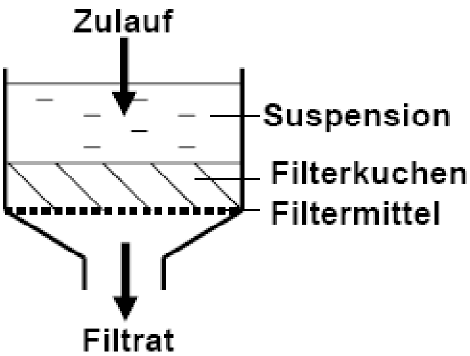
Filtrationstechniken

- Oberflächenfiltration

  $d_{\mathrm{FS}} > d_{\mathrm{Pore}}$

  Siebwirkung

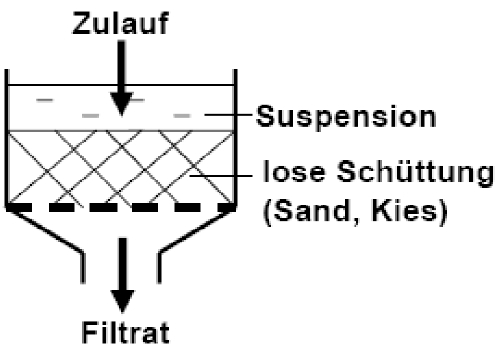
  (Feststoffdurchmesser d_{FS}, Filterkuchen mit Fläche A, Höhe h)



- Tiefenfiltration

  $d_{\mathrm{FS}} < d_{\mathrm{Pore}}$

  molekulare Haftkräfte



Filtermittel

- Siebe aus Metall- oder Textilgewebe
- Filzschichten
- poröse Körper und Filtersteine
- Sand- und Kiesschüttungen (bei Tiefenfiltration)

Hilfsmittel bzw. Flockungsmittel, verwendet bei $d_{FS} < 0{,}5\ \mu m$

- Teilchen werden mit langkettigen Molekülen aneinander gebunden (Koagulationsmittel, z.B. Polyacrylamid)
- elektrostatische Abstoßungen zwischen den Teilchen werden beseitigt (Agglomerationsmittel, z.B. Metallsalze)

2.3.1 Grundlagen der Berechnung von Filtrationsvorgängen

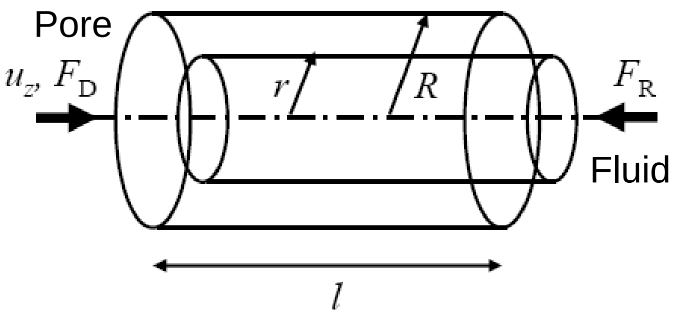
2.3.1.1 Hagen-Poiseuille-Gesetz

Ziel

- Berechnung der Volumenstromes $\dot{V}$ eines Fluides durch eine Filterpore mit Durchmesser D unter Wirkung eines äußeren Druckes Δp (für Newtonsche Fluide, d.h. Reibungskraft $F_R \propto \eta$)

Ansatz

- Kräftegleichgewicht zwischen der Druckkraft F_D und der entgegenwirkenden inneren Reibungskraft F_R



$F_D = \Delta p \cdot A_{\text{Stirnfläche}} = \Delta p(\pi r^2)$ $\qquad$ $F_R = -A_{\text{Zylinder}} \cdot \eta \cdot \frac{du_z}{dr} = -(2\pi r l)\,\eta \frac{du_z}{dr}$

mit $\quad \Delta p(\pi r^2) \;=\; -(2\pi r l)\,\eta \frac{du_z}{dr}$ $\qquad$ folgt $\quad du_z = -\frac{\Delta p \cdot r}{2\eta \cdot l}\,dr$

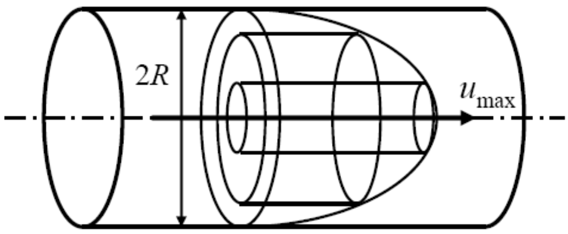
- Integration von Strömungsschicht (u, r) bis Porenwand (0, R)

$$\int_u^0 du_z = -u = -\frac{\Delta p}{2\eta \cdot l}\int_r^R r \cdot dr = -\frac{\Delta p}{2\eta \cdot l}\left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2}\right)$$

$$\rightarrow \qquad u = \frac{\Delta p \cdot R^2}{4\eta \cdot l}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = u_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

- o.g. Gleichung beschreibt Form des laminaren Strömungsprofils:

Rotationsparaboloid



- Berechnung des durch ein Flächenelement A strömenden Fluidvolumens $\dot{V}$

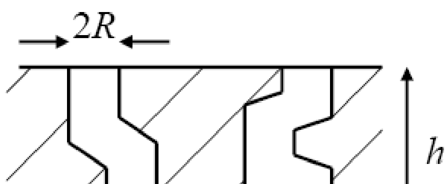
$$\dot{V} = \int_0^A d\dot{V} = \int_0^A u \cdot dA = \int_0^R u(2\pi r \cdot dr) \quad \text{mit} \quad A = \pi r^2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$$\dot{V} = \int_0^R \frac{\Delta p}{4\eta \cdot l}(R^2 - r^2)\,2\pi r\,dr = \frac{\Delta p \cdot \pi}{2\eta \cdot l}\left(\frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)\Big|_0^R$$

$$\rightarrow \qquad \dot{V} = \frac{\Delta p}{8\eta \cdot l}\,\pi R^4 \qquad \text{Hagen-Poiseuille-Gesetz}$$

mit Porenradius R und Porenlänge l (oder Rohrradius R und Rohrlänge l)

2.3.1.2 Filtergleichung von D'Arcy



Beschreibung der Poren im Filtermittel

- mit Länge der Pore $l = \alpha \cdot h$ α : Labyrinthfaktor; A : Filterfläche

  Zahl der Poren $Z = \dfrac{A}{\varepsilon \cdot \pi \cdot R^2}$ ε : Porenanteil; $\pi \cdot R^2$: A_{Pore}

- nach Hagen-Poiseuille-Gesetz folgt

$$\dot{V} = \frac{A \cdot \Delta p \cdot R^2}{\varepsilon \cdot 8\eta \cdot \alpha \cdot h} \qquad \text{mit Durchlässigkeit} \quad k = \frac{R^2}{8\varepsilon \cdot \alpha}$$

$$\rightarrow \quad \dot{V} = A \cdot k \, \frac{\Delta p}{\eta \cdot h} \qquad \text{Filtergleichung von D'Arcy}$$

Berücksichtigung des Filterkuchens als Filtermittel

- Plausibilitätsbetrachtung

  $h \propto$ Filtratvolumen V · Feststoffgehalt β

  $h \propto$ 1 / Filterfläche A

$$\rightarrow \quad h = C \, \frac{V \cdot \beta}{A}$$

- eingesetzt in D'Arcy-Filtergleichung

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{A^2 \cdot k \cdot \Delta p}{\eta \cdot \beta \cdot C \cdot V} \qquad \text{mit} \quad k' = \frac{k}{\eta \cdot \beta \cdot C}$$

  und Integration $\int_0^V V \cdot dV = k' A^2 \Delta p \int_0^t dt$

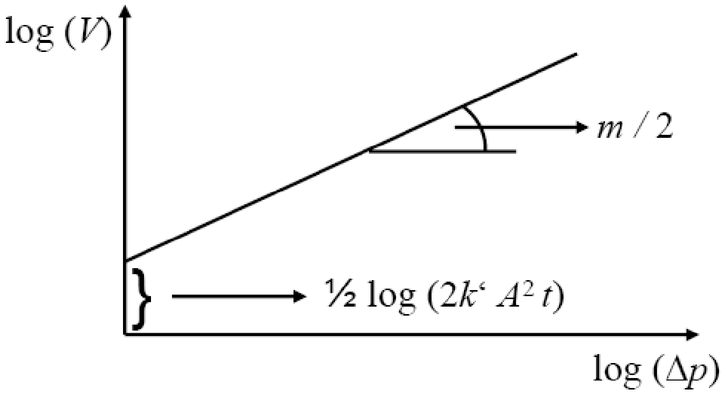
$$\rightarrow \quad V^2 = 2k' A^2 \Delta p \, t \qquad \text{Zeitabhängigkeit des filtrierten Volumens}$$

Experimentelle Bestimmung der Filtrationsparameter

- aus $V^2 = 2k' A^2 \Delta p^m \, t$ mit zusätzlichem freien Parameter m

  folgt $\log(V) = \frac{m}{2} \log(\Delta p) + \frac{1}{2} \log(2\, k' A^2 \, t)$

- Messung von V als Funktion von Δp bei gleichen Filtrationszeiten und Auftragung der logarithmierten Werte



2.3.2 Bauf

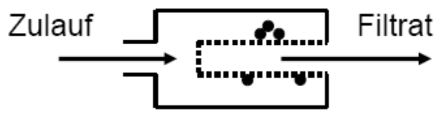
2.3.2.1 Diskontinuierlich arbeitende Filter

Arbeitsweise

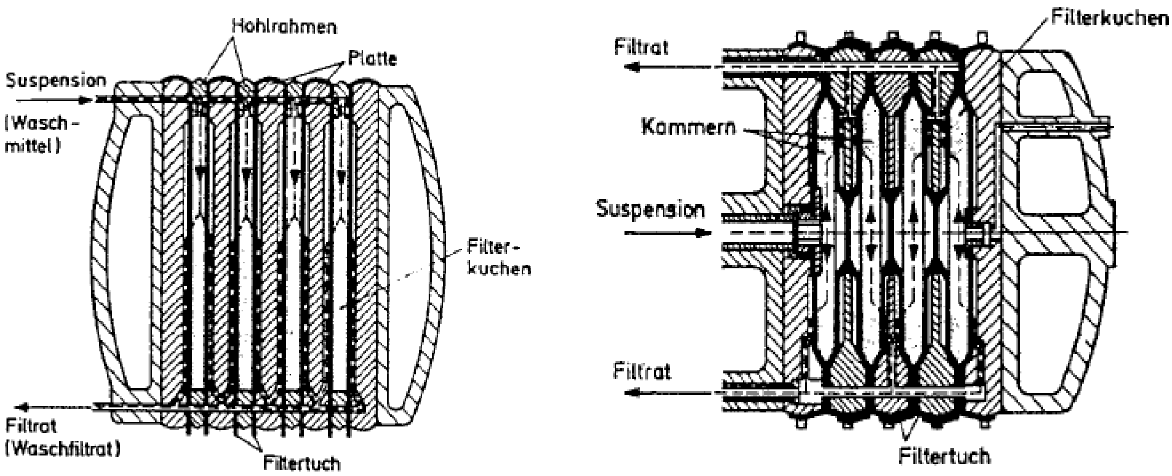
- Beladen, Filtrieren, Waschen, Entladen erfolgen nacheinander

Beispiele

- Filternutsche für Scheidefiltration mit und ohne Anlegung eines Außendruckes
- Rührwerksfilternutsche mit vertikal heb- und absenkbarem Rührwerk zur Verschließung von Rissen im Filterkuchen
- Kerzenfilter, z.B. Ölfilter



- Rahmenfilterpresse (links) für hohen und Kammerfilterpresse (rechts) für niedrigen Feststoffanteil



http

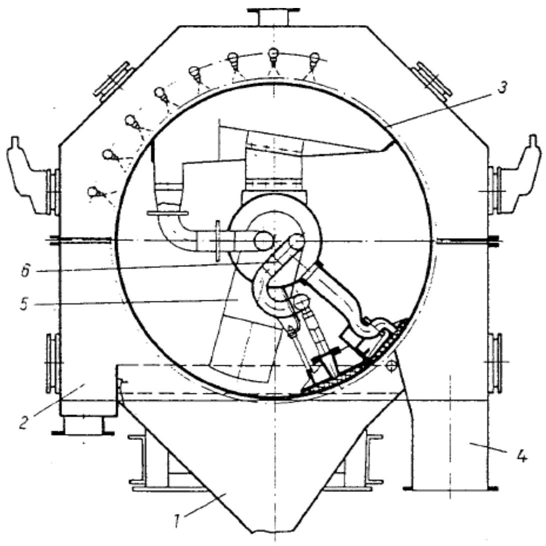
2.3.2.2 Kontinuierlich arbeitende Filter

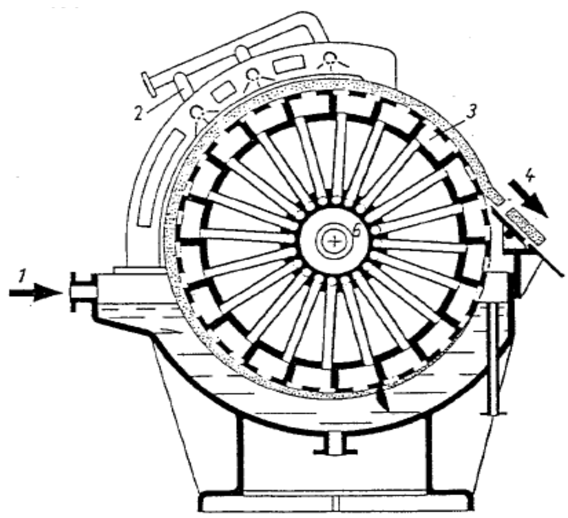
Arbeitsweise

- Beladen, Filtrieren, Waschen, Entladen erfolgen gleichzeitig

Beispiele

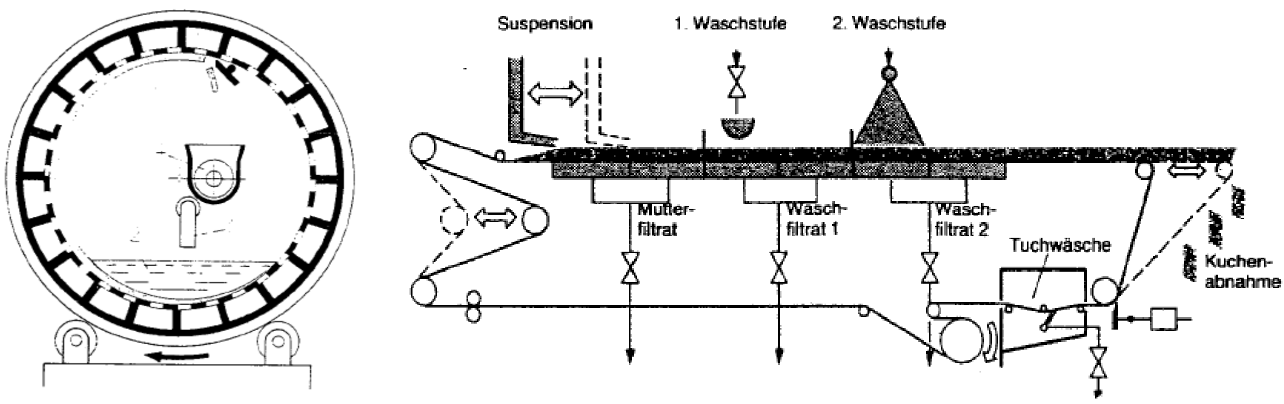
- Drucktrommelfilter (links) und Vakuumtrommelfilter (rechts)





Filterbauart	Betriebs-weise	Filterfläche in m²	Filterge-schwindigkeit in m/h	Anwendung für:
Vakuum-Trommelfilter	kont.	···100	0,1 ··· 3	Suspensionen mittlerer Korngröße von 5···100 µm. Feststoffgehalt > 2 Gew.-%
Druck-Trommelfilter	kont.	··· 10	0,2 ···10	Suspensionen mittlerer Korngröße von 5···200 µm. Feststoffgehalt > 0,5 Gew.-% Filtration von Lösungsmitteln
Vakuum-Bandfilter	kont.	··· 45	0,2 ··· 1	gut sedimentierbare Suspensionen, Korngröße > 20 µm. Mehrere Waschoperationen durchführbar
Vakuum-Innenfilter	kont.	··· 30	0,3 ··· 2	Suspensionen mit grobem, nicht ansaugbarem Korn
Rahmenfilterpresse (3···15 bar)	diskont.	···600	0,05··· 1	leicht filtrierbare Suspensionen mit mittlerem bis hohem Feststoffgehalt und schwankender Beschaffenheit. Waschoperationen durchführbar
Kammer-filterpresse (3···15 bar)	diskont.	···600	0,05··· 1	Klärfiltration schwer filtrierbarer Suspensionen mit geringem Feststoffgehalt. Nicht für Waschoperationen

- Vakuuminnenfilter (links) und Vakuumbandfilter (rechts)



2.4 Sedimentation

Ziel

- Abtrennung der Feststoffe einer Suspension durch Absetzen unter Wirkung der Schwerkraft

Unterscheidung

- Abschlemmen: Gewinnung der flüssigen Komponente, d.h. des Klarlaufes (Abwasserreinigung etc.)
- Dekantieren: Gewinnung der sich absetzenden Feststoffe (Pigmente, Mineralien etc.)

2.4.1 Berechnung der Absetzgeschwindigkeit

Ansatz

- Betrachtung der Widerstandskraft F_W, die auf absinkende Feststoffteilchen in Fluiden wirkt (ist identisch zur Widerstandskraft F_W auf ruhende Feststoffteilchen in einem mit der Geschwindigkeit u strömenden Fluid)

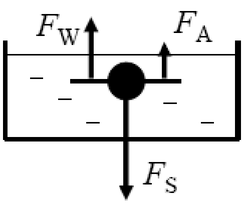
- Newtonsches Widerstandsgesetz

$$F_W = \xi A_K \rho_l \frac{u^2}{2}$$ mit ξ: Widerstandszahl; ρ_l: Fluiddichte

A_K: Anströmfläche der Feststoffes ($\frac{\pi \cdot d^2}{4}$)

Kräftegleichgewicht

- Teilchen in Flüssigkeit



mit F_S: Schwerkraft ($m_S\, g = \rho_S V_S\, g$); F_W: Widerstandskraft

F_A: Auftriebskraft ($m_l\, g = \rho_l V_S\, g$); V_S: Teilchenvolumen

ρ_S, ρ_l: Dichten von Feststoff und Flüssigkeit; d: Durchmesser

$$\rightarrow \quad F_S = F_W + F_A \quad \text{bzw.} \quad F_W = F_S - F_A$$

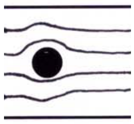
$$\xi \frac{\pi \cdot d^2}{4} \rho_l \frac{u^2}{2} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_S - \rho_l)\, g$$

$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot d \cdot (\rho_S - \rho_l)}{\xi \cdot \rho_l}}$$ Absinkgeschwindigkeit u_A

Abhängigkeit der Widerstandszahl ξ

- allgemein gilt $\xi = f(u, d, \nu) = f(\mathrm{Re} = ud/\nu)$, d.h. enthält Größe u
- Betrachtung charakteristischer Strömungsbereiche

a) $\mathrm{Re} < 0{,}5$: Körper wird verwirbelungsfrei, d.h. laminar umströmt



gilt auch Stokes-Gesetz

$$F_W = 6\eta \cdot \frac{\pi \cdot d}{2} u = \xi \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho_l \cdot \frac{u^2}{2}$$

Stokes Newton

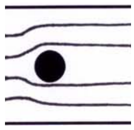
$$\rightarrow \quad \xi = \frac{24\eta}{d \cdot u \cdot \rho_l} = \frac{24\nu}{d \cdot u} = \frac{24}{\mathrm{Re}}$$

Absinkgeschwindigkeit u_A nach Stokes und bei $F_W = F_S - F_A$

$$6\eta \cdot \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot u_A = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot (\rho_S - \rho_l) \cdot g$$

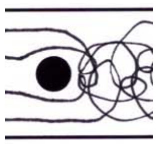
$$\rightarrow \quad u_A = \frac{g \cdot d^2 \cdot (\rho_S - \rho_l)}{18\eta}$$ für laminare Strömung

b) $0{,}5 < \mathrm{Re} < 500$: Strömung löst sich hinter Körper ab, Übergangsbereich



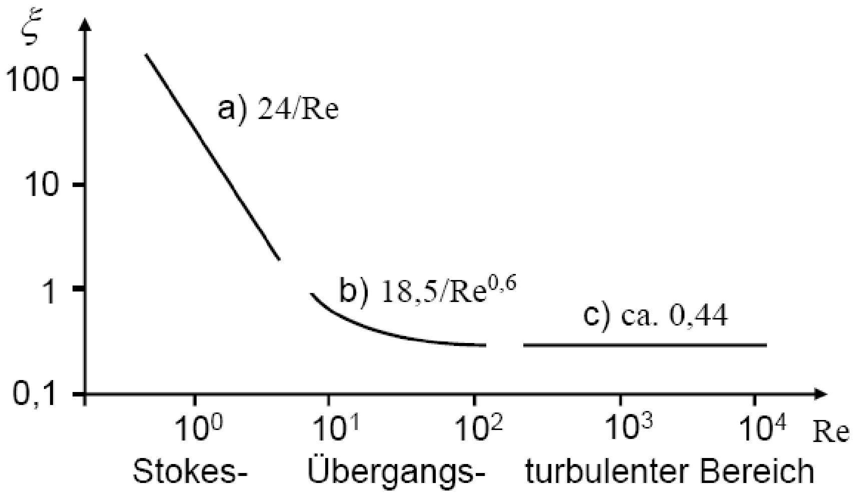
empirisch gefunden $\rightarrow \quad \xi = \dfrac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}}$

c) $\mathrm{Re} > 500$: verwirbelte Strömung hinter dem Körper, turbulenter Bereich



empirisch gefunden $\rightarrow \quad \xi \approx 0{,}44$

graphische Übersicht



2.4.2 Kennzahlen zur Beschreibung der Sedimentation

Problem

- für Verwendung von $u_A = f(\xi)$ muss Größe von Re bekannt sein
- jedoch enthält die Reynolds-Zahl auch u_A

Ziel

- Herleitung einer allgemeinen Beziehung für u_A unter Verwendung einer Kennzahl, die nur Stoffdaten enthält, jedoch nicht u_A

Ansatz

- aus $u_A = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot d \cdot (\rho_S - \rho_l)}{\xi \cdot \rho_l}}$ folgt $\frac{3}{4}\,\xi\,u_A{}^2 = \frac{g \cdot d \cdot (\rho_S - \rho_l)}{\rho_l}$

mit $\mathrm{Re}^2 = \frac{u_A^2 \cdot d^2}{\nu^2}$ bzw. $u_A{}^2 = \mathrm{Re}^2 \cdot \frac{\nu^2}{d^2}$

$\rightarrow$ $\frac{3}{4}\,\xi \cdot \mathrm{Re}^2 = \frac{g \cdot d^3 \cdot (\rho_S - \rho_l)}{\nu^2 \rho_l}$ ist beidseitig dimensionslos

Archimedes-Zahl

$$\mathrm{Ar} = \frac{g \cdot d^3 \cdot (\rho_S - \rho_l)}{\nu^2 \rho_l} \quad \text{oder auch} \quad \frac{g \cdot d^3 \cdot \Delta\rho}{\nu^2 \rho}$$

Dichte-Auftriebskraft / innere Trägheitskraft

Kriteriengleichung

$$\rightarrow \quad \frac{3}{4}\xi = \mathrm{Ar} \cdot \mathrm{Re}^{-2} \qquad \text{bzw.} \qquad \mathrm{Ar} = \frac{3}{4}\xi \cdot \mathrm{Re}^2 \qquad \text{oder} \quad \mathrm{Re} = \left(\frac{4}{3\xi}\,\mathrm{Ar} \right)^{0,5}$$

allgemeingültiger Weg zur Bestimmung der Reynolds-Zahl

- Anwendung der Kriteriengleichung für Strömungsbereiche a) bis c)

Re	a) $\mathrm{Re} < 0{,}5$	b) $0{,}5 < \mathrm{Re} < 500$	c) $\mathrm{Re} > 500$
Ar	$\frac{3}{4}\,\frac{24}{\mathrm{Re}}\,\mathrm{Re}^2$ $= 18\,\mathrm{Re}$	$\frac{3}{4}\,\frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0,6}}\,\mathrm{Re}^2$ $= 13{,}9\,\mathrm{Re}^{1,4}$	$\frac{3}{4}\,0{,}44\,\mathrm{Re}^2$ $= 0{,}33\,\mathrm{Re}^2$

und Re ausgedrückt als f (Ar)

Ar	a) $\mathrm{Ar} < 9$	b) $5 < \mathrm{Ar} < 83500$	c) $\mathrm{Ar} > 82500$
Re	$\frac{Ar}{18}$	$\left(\frac{Ar}{13{,}9}\right)^{0,714}$	$1{,}74\,\mathrm{Ar}^{0,5}$

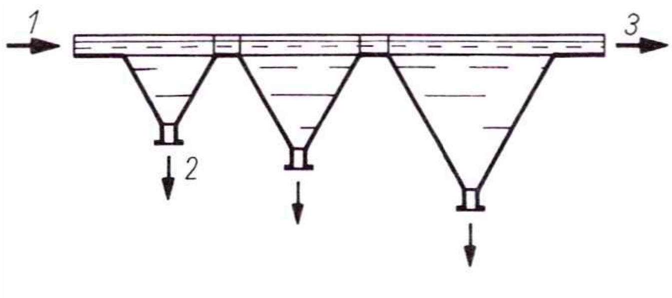
Schritte zur Berechnung der Absetzgeschwindigkeit u_A

- Berechnung der Größe von Ar aus Stoffdaten
- Bestimmung der Strömungsart und Auswahl der jeweils gültigen Beziehung für $\mathrm{Re} = f\,(\mathrm{Ar})$
- Berechnung der Absetzgeschwindigkeit $u_\mathrm{A} = \frac{\mathrm{Re} \cdot \nu}{d} = f(\mathrm{Ar}) \cdot \nu \,/\, d$

2.4.3 Apparate für die Schwerkraftsedimentation

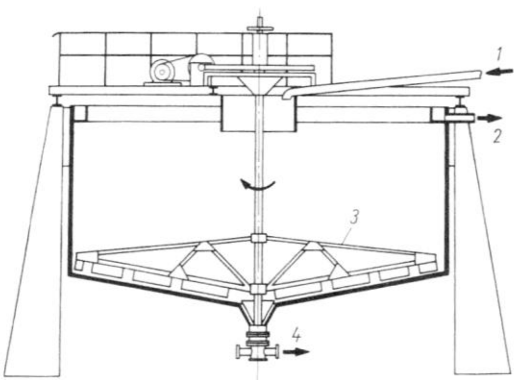
Beispiele

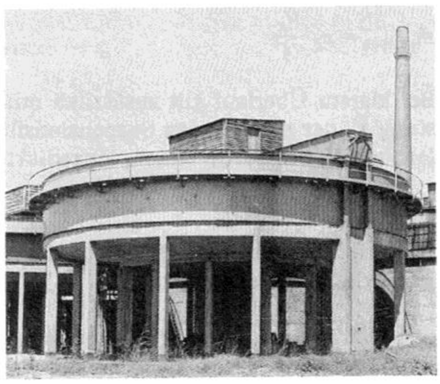
- Hydroklassierer nach Rittinger, auch Spitzkasten genannt



1: Zulauf, 2: Feststoffabzug, 3: Klarlauf

- Eindicker nach Dorr-Oliver, oft als Klärapparat zur Abwasser reinungung verwendet





1: Zulauf, 2: Klarlauf, 3: Krählwerk mit 0,02 - 0,35 u/min,
4: Feststoffabzug

die notwendige Absetzfläche A berechnet sich mit dem

Volumenstrom $\dot{V}_0$ im Zulauf zu $A = \dfrac{\dot{V}_0}{u_A}$

technische Absetzgeschwindigkeiten

- Pigmente $u_A = 1{,}4$ m/h
- Kreide $u_A = 0{,}2$ m/h
- Tonerde $u_A = 0{,}08$ m/h

Übungsaufgaben 4 und 5

2.5 Zentrifugieren

Ziel

- Abtrennung der Feststoffphase einer Suspension durch Wirkung der Fliehkraft (Zentrifugalkraft) F_Z

$$F_Z = m \cdot a_Z = m \cdot \frac{u^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot (2\pi \cdot n)^2 \cdot r$$

mit Umfangsgeschwindigkeit u, Kreisfrequenz ω und Drehzahl n

Unterscheidung

- Siebzentrifugen: Zentrifugen mit durchlässigem Mantel, analog zur Filtration
- Vollmantelzentrifuge: Zentrifugen mit geschlossenem Mantel, analog zur Sedimentation

Beschleunigungsverhältnis Z

- gibt an, um welchen Faktor die Fliehkraft F_Z größer ist als die Schwerkraft F_S

$$Z = \frac{F_Z}{F_S} = \frac{u^2}{g \cdot r} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{(2\pi \cdot n)^2 r}{g}$$

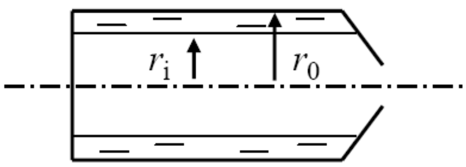
Einteilung von Zentrifugen nach Größe von Z

Bezeichnung	Normalzentrifuge	Superzentrifuge	Ultrazentrifuge
Größe von Z	200 … 4000	4000 … 50000	10^5 … 10^6

2.5.1 Volumendurchsatz von Siebzentrifugen

Allgemeine Voraussetzungen

- Füllung von Zentrifugen erfolgt in der Art, dass der bei voller Drehzahl an der inneren Trommelwand (Radius r_0) sich bildende Flüssigkeitszylinder einen Innenradius von $r_i \approx 0{,}7\ r_0$ hat



- Absetzvorgänge werden daher oft mit mittlerem Radius r_m von

$$r_m = \frac{(r_0 + r_i)}{2} \approx 0{,}85\, r_0 \quad \text{berechnet}$$

Ansatz

- im Unterschied zur Schwerkraftsedimentation wird in Zentrifugen der Druck p auf die Suspension durch die Fliehkraft F_Z erzeugt

$$p = \frac{F_Z}{A} = \frac{m \cdot a_Z}{A} = \frac{\rho_l \cdot V \cdot a_Z}{A} = \frac{\rho_l \cdot A \cdot \Delta r \cdot a_Z}{A} = \rho_l\, a_Z\, (r_0 - r_i)$$

mit Flüssigkeitsvolumen V, Trommelfläche A und $\Delta r = (r_0 - r_i)$ sowie

$$a_Z = (2\pi \cdot n)^2\, r_m = 4\pi^2 \cdot n^2 \cdot \frac{(r_0 + r_i)}{2}$$

$$\rightarrow \quad p = \rho_l\, 2\pi^2\, n^2\, (r_0^2 - r_i^2) \quad \text{Druck auf Suspension in Zentrifuge}$$

Volumendurchsatz

- mit $V^2 = 2k'A^2 \Delta p\, t$ (siehe Abschnitt 2.3.1.2) und o.g. Druck p (bzw. Δp) folgt der Volumendurchsatz einer Siebzentrifuge von

$$\rightarrow \quad V^2 = 2k' \cdot A^2 \cdot \rho_l \cdot 2\pi^2 \cdot n^2 \cdot (r_0^2 - r_i^2) \cdot t$$

2.5.2 Absetzgeschwindigkeit in Vollmantelzentrifugen

Ansatz

- analog zur Sedimentation gilt

$$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d}{\nu} = f(\mathrm{Ar}) \qquad \rightarrow \qquad u_A = \mathrm{Re} \cdot \frac{\nu}{d} = f(\mathrm{Ar}) \frac{\nu}{d}$$

- z.B. laminare Strömung

$$\text{mit} \quad \mathrm{Re} = \frac{Ar}{18} \qquad \rightarrow \qquad u_A = \frac{Ar}{18} \cdot \frac{\nu}{d}$$

- mit Beschleuningungsverhältnis Z multiplizierter Archimedes-Zahl

$$\mathrm{Ar} = \frac{Z \cdot g \cdot d^3(\rho_S - \rho_l)}{\nu^2 \rho_l} \qquad \text{folgt}$$

$$\rightarrow \quad u_\mathrm{A} = \frac{1}{18} \, \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\nu \cdot \rho_l} \, d^2 \, \omega^2 \, r_\mathrm{m}$$

Absetzgeschwindigkeit bei Rotation mit Kreisfrequenz ω

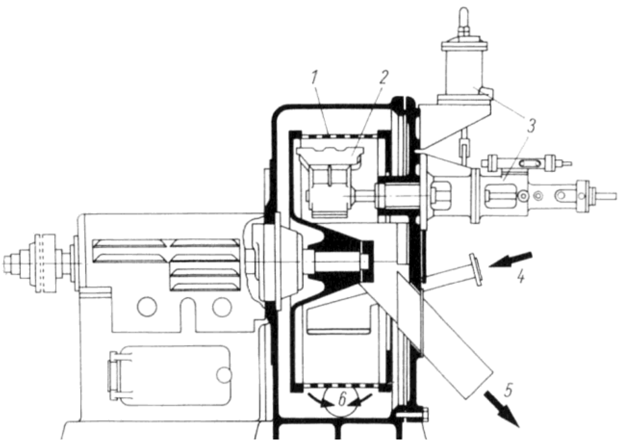
2.5.3 Bauformen von Zentrifugen

Arbeitsweise

- meist kontinuierliche Betriebsweise mit gleichzeitiger Beschickung und Entladung

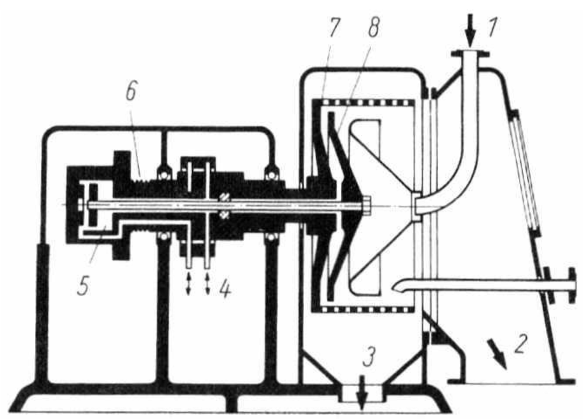
Siebzentrifugen

- Schälzentrifuge mit innen angeordnetem Schälmesser zur Feststoffentladung (Drehzahlen von 600-1500 u/min und Durchmessern von 1,2-1,5 m)



1: Siebtrommel
2: Schälmesser
3: Messerantrieb
4: Zulauf
5: Feststoffentnahme
6: Flüssigkeitsablauf

- …ebenem Schubboden

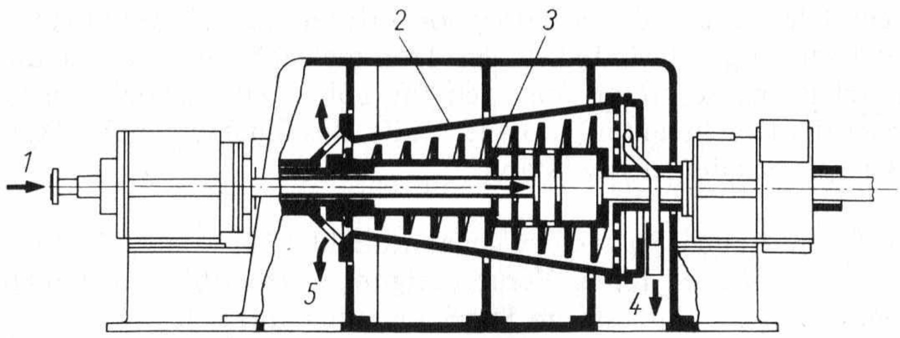


1: Zulauf
2: Feststoffentnahme
3: Flüssigkeitsablauf
4: Hydraulikanschlüsse
5: Druckzylinder
6: Trommelantrieb
7: Siebtrommel

8: Schubboden

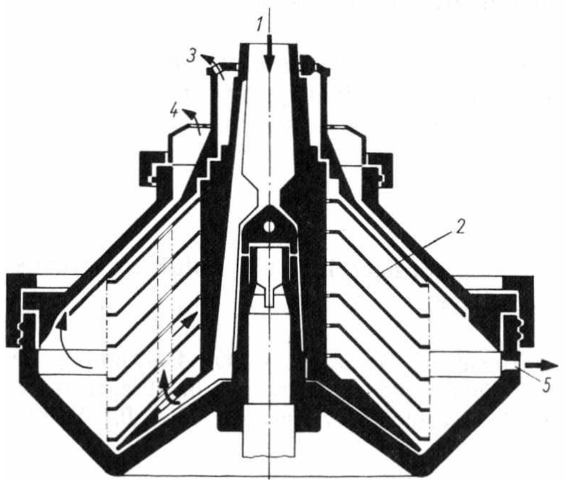
Vollmantelzentrifugen

- Schneckenzentrifuge bzw. Dekantierer mit langsam drehender innerer Förderschnecke



1: Zulauf; 2: Vollmanteltrommel; 3: Innenschnecke; 4: Flüssigkeitsablauf, 5: Feststoffentnahme

- Tellerzentrifuge bzw. Düsenseparator mit Stappeln von konischen Tellern (Drehzahlen von 5000-10000 u/min und Durchmessern von 20-80 cm)



1: Zulauf
2: Tellersatz
3: Flüssigkeitsablauf
4: Schlammablauf
5: Schlammdüsen

Grundtyp	Feststoffgehalt des Aufgabeguts in %	Feststoff-Teilchengröße in µm	Durchsatz (Füllgut) in t/h	Typische Anwendungen
Siebschwingzentrifuge	60···80	500···10 000	20 ···300	Kalirückstände, Kohleschlamm, Meersalz
Siebschneckenzentrifuge	5···60	10···10 000	0,5···100	Leichtfiltrierbare, kristalline und faserige Substanzen
Schubzentrifuge	20···75	100···40 000	0,8··· 50	wie vorstehend, z.B. Polymerisate, z.B. PVC, Polyäthylen
Schälzentrifuge	5···60	5···10 000	30 kg···2 t Trommelfüllung	Polymerisate, Arzneimittel, Cellulose, schwertrennbare Suspensionen
Dekantierzentrifuge	3···40	2···20 000	2 ··· 80	Polymerisate, Proteine, Arzneimittel, Klärschlamm
Tellerzentrifuge (Düsenseparator)	3···25	≧ 0,5	···100	Kaolin, Pigmente, Katalysatoren

Übungsaufgabe 6

2.6 Fliehkraftabscheider bzw. Zyklonen

Ziel

- Abtrennung von dispergierten Teilchen aus Fluiden unter Wirkung von Schwerkraft F_S und Zentrifugalkraft F_Z

Unterscheidung

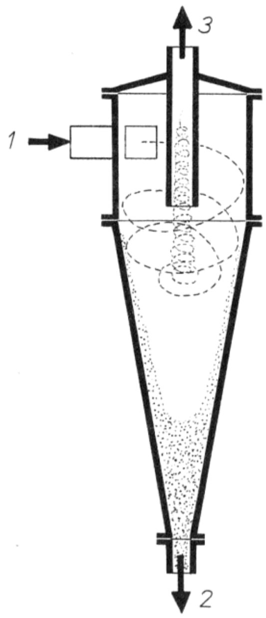
- Aerozyklone: Dispergierphase ist ein Gas, meist Luft
- Hydrozyklone: Dispergierphase ist eine Flüssigkeit, meist Wasser

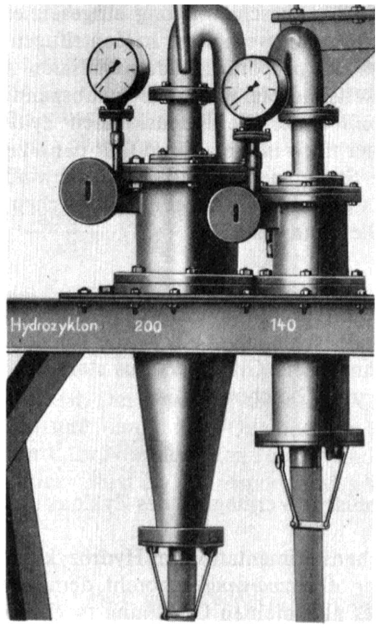
Wirkprinzip

- tangentiale Einleitung des Teilchenstromes mit Geschwindigkeit u in ein konisches Gehäuse mit axialen Ableitöffnungen

- spiralförmige Bahnbewegung
- Anreicherung der dichteren Phase in Richtung F_Z und F_S
- Entnahme des Feststoffes als Bodensatz
- Fluid wird über Tauchrohr nach oben abgeleitet

1: Einleitung; 2: Feststoff-entnahme; 3: Fluidableitung





2.6.1 Dreidimensionales Geschwindigkeitsfeld im Zyklon

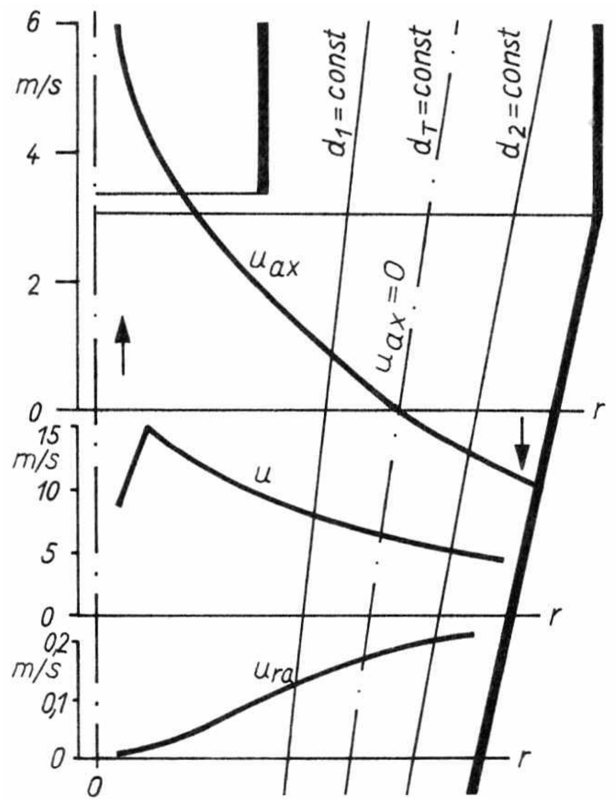
<u>*Tangentialgeschwindigkeit* u</u>

- mittlere Kurve
- steigt nach innen an und wird durch Wirbelgleichung beschrieben

  $u \cdot r^n = \text{const.}$ mit $n \approx 0{,}5$

  r: Bahnradius
- bei $u = 5\text{-}28$ m/s und $d \approx 1$ m

  $\rightarrow$ $a_Z = 5 - 150$ g



<u>*radiale Geschwindigkeit* u_{ra}</u>

- steigt nach außen an

<u>*axiale Geschwindigkeit* u_{ax}</u>

- ist bei großen Radien nach unten (abtrennbar) und bei kleinen Radien nach oben gerichtet (nicht abtrennbar)

- Größe der Teilchen auf einem Kegelmantel mit $u_{ax} = 0$ kennzeichnet den Trennkorndurchmesser d_T (minimal $20\ \mu m$)

  → bei $u_{ax} > 0$ gehen Teilchen mit $d_1 < d_T$ zum Tauchrohr

  bei $u_{ax} < 0$ gehen Teilchen mit $d_2 > d_T$ zum Unterlauf

2.6.2 Bauformen von Zyklonen

Allgemeine Merkmale

- kontinuierliche Betriebsweise
- keine beweglichen Teile → geringe Bau- und Betriebskosten
  hohe Zuverlässigkeit

Normalzyklon

- siehe obige Abbildung (Durchmesser $0{,}1 - 1$ m, $d_T \approx 20\ \mu m$)

Ringverteiler-Multizyklon

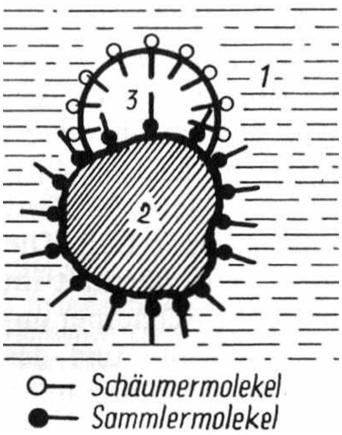
- Parallelschaltung von mehreren Kleinstzyklonen (Durchmesser ≈ $0{,}1$ m) mit gemeinsamer Zuleitung des Teilchenstromes über Ring

  → kleinerer Trennkorndurchmesser ($d_T \approx 3 - 4\ \mu m$)

2.7 Flotation

Ziel

- Trennung von stark zerkleinerten Feststoffteilchen aufgrund unterschiedlicher Benetzbarkeit mit einer Flüssigkeit, meist Wasser



Wirkprinzip

- hydrophile Teilchen (2) mit Oberflächenladungen werden von Flüssigkeit (1) benetzt und sinken

- hydrophobe Teilchen ohne Oberflächenladung binden Gasblasen (3) und steigen auf

Anwendungen

- Trennung von Erzen in Metalle (auch voneinander) und Abgang
- Rückgewinnung von Wertstoffen nach Waschstufen

2.7.1 Hilfsstoffe der Flotation

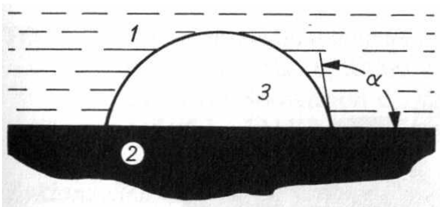
polare Sammler

- grenzflächenaktive Substanzen, z.B. Tenside, bestehend aus unpolaren Kohlenwasserstoffketten (R: C8 bis C18) und polaren Kopfgruppen
- Kopfgruppe lagert sich an Oberflächenladungen von hydrophilen Feststoffteilchen an (siehe Wirkprinzip)

  → aus nicht flotierbaren hydrophilen Feststoffteilchen werden flotierbare hydrophobe Teilchen
- Unterscheidung nach Ladung der Kopfgruppe:
  - anionische Sammler (Alkylphosphate (RPO_3^{2-}), Alkylsulfate ($ROSO_3^-$), Alkylxanthogenate ($ROCS_2^-$)
  - kationische Sammler (mono- bis tetra-Alkylammoniumverbindungen (RNH_3^+ bis R_4N^+)
- für Flotation von $1\ \mathrm{t}$ zerkleinerten Erz in ca. $3\ \mathrm{m}^3$ Wasser werden $30\text{-}300\ \mathrm{g}$ Sammlermoleküle benötigt
- Bestimmung der Sammleraktivität W_h:

  1: Flüssigkeit; 2: Feststoffschliff

  3: angehaftete Gasblase



$W_\mathrm{h} = \sigma(1 - \cos\alpha)$ mit Grenzwinkel α und Oberflächenenergie σ

→ Hydrophobizität steigt mit wachsendem Grenzwinkel α

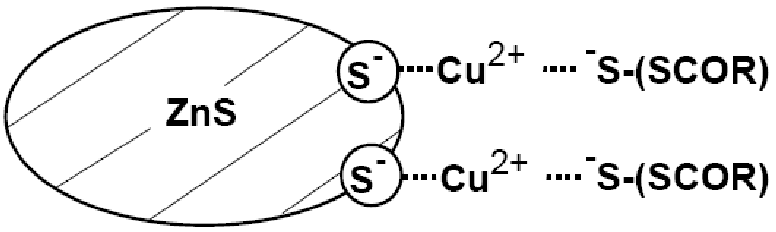
Schäumer

- Substanzen (Terpene, Phenole, Fettalkohole etc.) zur Stabilisierung der aufgestiegenen Blasen an der Flüssigkeitsoberfläche

  → Bildung eines stabilen und gut abschöpfbaren Dreiphasenschaumes

Regler bzw. Aktivatoren

- Metallionen, die die Ladungen an der Feststoffoberfläche verändern, z.B. umpolen
- Beispiel: Verwendung von Kupfersulfat ($CuSO_4$) bei Flotation von Zinkblende (ZnS) mit Alkylxanthogenaten ($ROCS_2^-$)



→ ermöglichen selektive und stufenweise Flotation von Feststoffen mit unterschiedlichen Oberflächenladungen

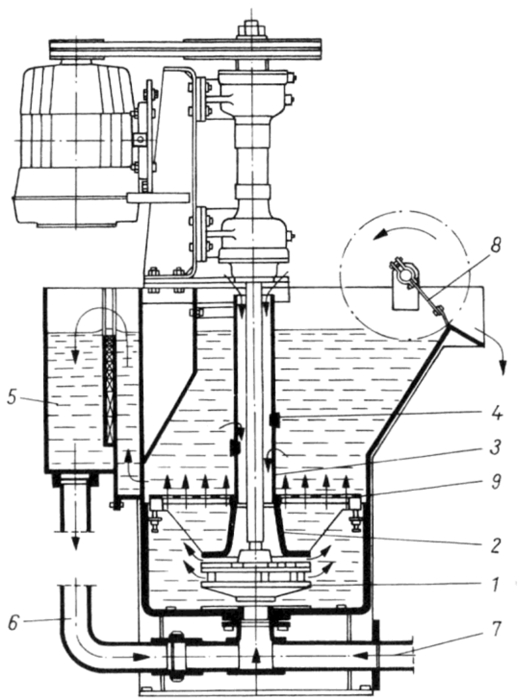
2.7.2 Bauformen von Flotationsapparaten

Druckzelle

- Behälter, in dem durch Düsen im Boden Luft eingeblasen wird

Turbinenrührer (rechts)

- saugt über Hohlwelle Luft an, die mit der Trübe vermischt wird (1: Rührer; 2: Mischung; 3: Ansaugkanal; 4: Öffnung für



Trübekreislauf; 5: Überlaufkasten; 6: Überlauf;ohr; 7: Trübezulauf; 8: Schaumabstreifer)

Zyklonzelle

- analog zum Hydrozyklon (siehe Abschnitt 2.6)
- die flotierbaren Feststoffteilchen verlassen den Zyklon über das Tauchrohr als Dreiphasenschaum
- die nicht flotierbaren Feststoffteilchen gehen zum Unterlauf

2.8 Stoffvereinigung

2.8.1 Mischen von Stoffen

Ziel

- Vereinigung von verschiedenartigen Stoffen auch unterschiedlicher Phasen zu homogenen Gemischen

Unterscheidung

- statische Mischer: verwirbelnde feste Einbauten, z.B. in Rohren, sogen. SMX-Elemente
- pneumatische Mischer: Einblasen von Gasen in Flüssigkeiten
- mechanische Mischer: unterschiedliche Rühr- und Knetwerke

Anwendungen:

- Mischen von Flüssigkeiten, Suspensionen und Feststoffen, wie z.B. von Reaktanten, Katalysatoren, Baustoffen etc.
- Homogenisierung von Substanzen

2.8.1.1 Rühren

2.8.1.1.1 Grundlagen und Berechnung

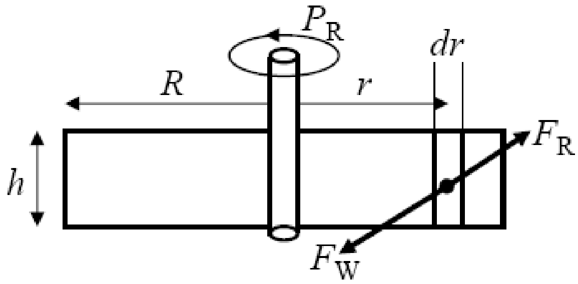
Ziel

- Mischen von Fluiden und Suspensionen geringer Viskosität

Wirkprinzip

- Rührwerk schleudert Mischgut in umgebendes Medium und erzeugt hohes Geschwindigkeitsgefälle und Verwirbelung
- dieses Geschwindigkeitsgefälle hängt von Form und Größe des Rührwerkes ab (siehe Abschnitt 2.8.1.1.2)

Herleitung der Rührleistung P_R



- allgemeiner Ansatz zur Berechnung der Leistung mit differentieller Rührerfläche $dA = h\,dr$

$$P_R = \frac{W_R}{t} = \frac{F_R \cdot s}{t} = F_R \cdot u \qquad F_R\text{: Rührkraft}$$

$$\rightarrow \qquad dP_R = u\,dF_R = u\,dF_W \qquad F_W\text{: Widerstandskraft}$$

- mit Newtonscher Widerstandskraft F_W (Abschnitt 2.4.1) folgt

$$dP_R = u \cdot \xi \cdot \rho_l \cdot \frac{u^2}{2} \cdot dA \qquad \text{mit } u = 2\pi \cdot n \cdot r,\ dA = h \cdot dr$$

$$dP_R = 4\pi^3 \cdot \xi \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot h \cdot r^3 \cdot dr \qquad \text{und Drehzahl } n$$

und nach Integration von $r = 0$ bis $r = R$

$$P_R = \pi^3 \cdot \xi \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot h \cdot R^4$$

sowie mit $h = a \cdot d$ (a: Konstante) und $R = d/2$ folgt

$$P_R = \frac{a \cdot \pi^3 \cdot \xi \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot d^5}{16}$$

- die Verwendung einer Leistungskennzahl $N_l = \frac{a \cdot \pi^3 \cdot \xi}{16}$ führt zu

$$\rightarrow \qquad P_R = N_l \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot d^5$$

Bestimmung der Leistungskennzahl N_l

- empirische Beziehung (siehe unten dargestelltes Diagramm) als Funktion der modifizierten Rotations-Reynolds-Zahl $\mathrm{Re_M}$:

$$\mathrm{Re_M} = \frac{n \cdot d^2}{\nu} \qquad \text{(da } u \propto n \cdot d\text{)}$$

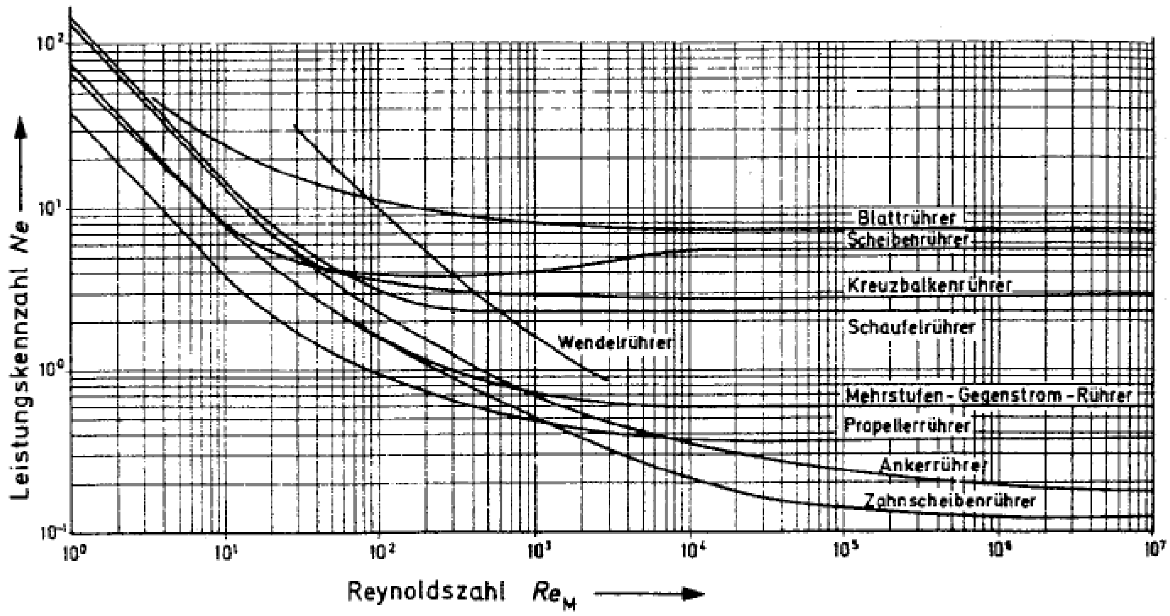
- analog zum Strömungswiderstand eines Feststoffteilchens bei der Sedimentation gibt es 3 charakteristische Bereiche für $\mathrm{Re_M}$

a) $\mathrm{Re_M} < 30$: laminare Strömung, $N_l \propto \mathrm{Re_M}^{-1}$

b) $30 < \mathrm{Re_M} < 10^5$: Übergangsbereich, $N_l \propto \mathrm{Re_M}^{-m}$, $m = 0{,}2 - 0{,}3$

c) $\mathrm{Re_M} > 10^5$: turbulenter Bereich, $N_l = \mathrm{const}$

Abhängigkeit der Leistungskennzahl N_l von $\mathrm{Re_M}$



Berechnung der aufzuwendenden Rührleistung P_R

1) Berechnung von $\mathrm{Re_M} = \frac{n \cdot d^2}{\nu}$

2) Bestimmung von N_l (bzw. Ne) im oben dargestellten Diagramm

3) Berechnung von $P_R = N_l \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot d^5$

Berechnung der Anlaufleistung P_A

- muss aufgebracht werden, um bei Rührbeginn die Trägheit und die molekularen Haftkräfte des Rührgutes zu überwinden

$$P_A = P_R \cdot 0{,}134\ \mathrm{Re_M}^{0{,}22} \qquad \text{Gesetz von Kasatkin}$$

Zeitabhängigkeit der Durchmischung

- Rührzeit t_R bis zur Erreichung einer Gleichverteilung im Rührgut

$$t_R = \frac{C}{n}$$ mit n: Drehzahl;

C: dimensionslose Durchmischungszahl

- Beispiele für $C = f\,(\mathrm{Re_M})$

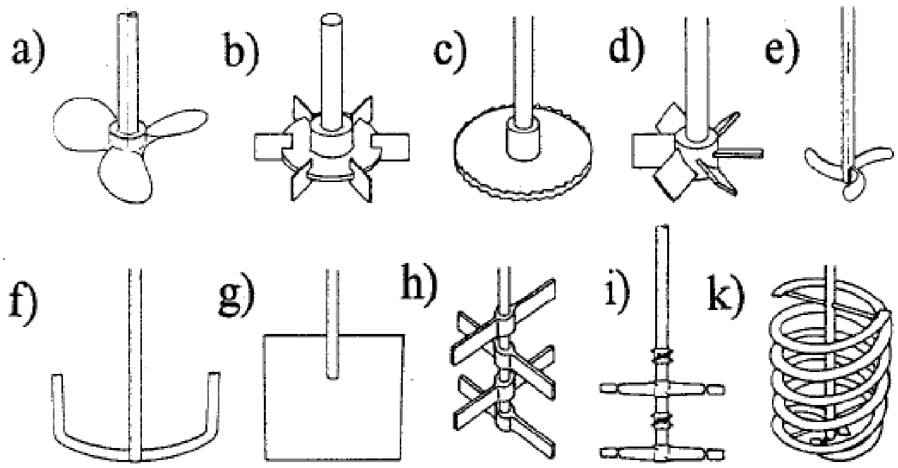
Rührertyp	$\mathrm{Re_M}$	C
Propellerrührer	$4 \cdot 10^4 \ldots 10^5$	80
Scheibenrührer	$5 \cdot 10^3 \ldots 10^5$	50
Blattrührer	$5 \cdot 10^3 \ldots 5 \cdot 10^4$	8

Übungsaufgabe 7

2.8.1.1.2 Bauformen von Rührern

Bauformen und Bezeichnungen von Rührern

- Propellerrührer (a); Scheibenrührer (b); Zahnscheibenrührer (c); Schaufelrührer (d); Impellerrührer (e); Ankerrührer (f); Blattrührer (g); Kreuzbalkenrührer (h); MIG-Rührer (i); Wendelrührer (k)



Eigenschaften von Rührern

Rührorgan	Rührer-Ø d_2/d_1	Boden abstand h_2/d_2	Umfangs-geschw. in m/s	Rührströmung Ansaugen	Austritt	mPa s Viskosität in mPa s
Propellerrührer	0,2 ···0,4	0,5···1	3 ···10	axial	axial	<500
Scheibenrührer	0,2 ···0,35	0,5···1	3 ··· 6	axial	radial	<500
Zahnscheibe	0,2 ···0,5	1 ···2	10 ···20	axial	radial	<500
Schaufelrührer	0,2 ···0,5	0,5···1	2 ··· 5	axial	axial	<500
Kreuzbalkenrührer	0,6 ···0,8	0,1	1,5··· 8	axial	radial	500 ···5000
MIG[1]-Rührer	0,7 ···0,95	0,15	1,5··· 8	axial	axial	500 ···5000
Ankerrührer	0,9	0,025	0,5··· 5	axial	radial	5000···50000
Wendelrührer	0,95···0,98	0,01	0,5··· 1	axial	axial	5000···50000
Blattrührer	0,5	0,1	0,5···10	axial	radial	500 ···5000
Impellerrührer	0,5	0,1	0,5···10	axial	radial	<500

d_1 = Behälter-Ø; d_2 = Rührer-Ø; h_2 = Bodenabstand
[1] MIG = Mehrstufen-Impuls-Gegenstrom (EKATO)

2.8.1.2 Kneten

2.8.1.2.1 Allgemeine Grundlagen

Ziel

- Homogenisieren von Gemischen pastöser Substanzen mit hoher Viskosität

Wirkprinzip

- Homogenisierung durch große Scherkräft, hervorgerufen durch Knetschaufeln oder Knetschnecken

Berechnung der Knetleistung P_K

- analog zur Berechnung der Rührleistung (s.o.)

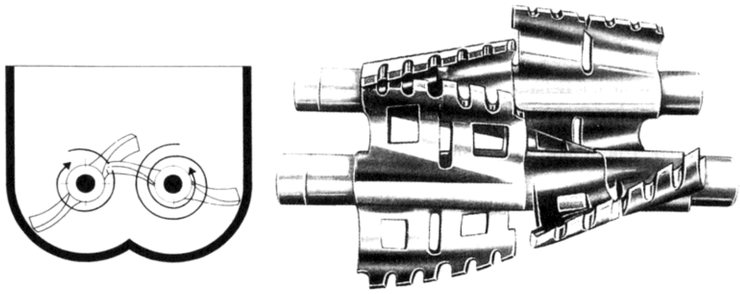
  $P_K = \xi_K \cdot \rho_l \cdot n^3 \cdot d^5$ mit Leistungskennzahl ξ_K

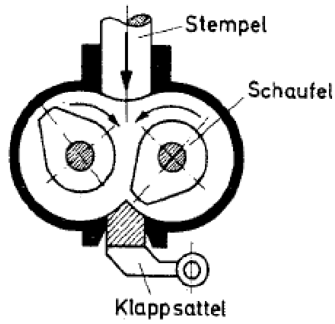
- die Leistungskennzahl ξ_K wird mittels Kennlinienfeldern des Herstellers ermittelt

2.8.1.2.2 Bauformen von Knetapparaten

diskontinuierlich arbeitende Schaufelkneter

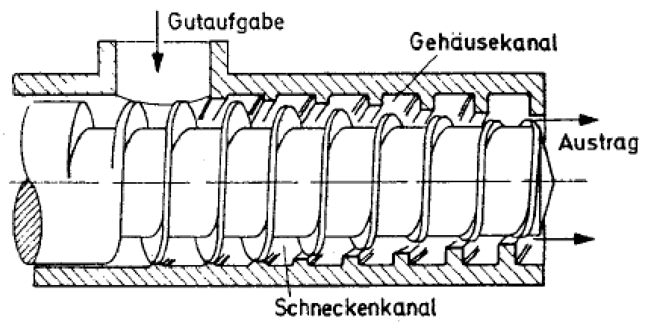
- Doppelmuldenkneter (links) und Innenmischer (rechts)





kontinuierlich arbeitende Schneckenkneter

- Frenkelmischer



- Buss-Ko-Kneter: der rotierenden Bewegung der Schnecken ist eine axial oszillierende Bewegung überlagert

Eigenschaften verschiedener Knetapparate

Maschinenart	Betriebsweise	Knetorgan	Spezif. Energiebedarf in kWh/kg	Nutzvolumen bzw. Durchsatz	Anwendungsbereiche (Beispiele)
Doppelmuldenkneter	periodisch	Schaufel	0,01 ···0,5	20···4000 l	Mischen zäher, klebriger Massen, Mastizieren
Innenmischer	periodisch	Nocke	0,5 ···2	5···200 l	Plastizieren und Aufschmelzen
Planetenkneter	periodisch	Arm	0,001···0,2	1000···600 l	Nahrungsmittelherstellung
Frenkelmischer	kontin.	Schnecke	0,1 ···1	0,5···10 t/h	Kautschuk- und Kunststoff-Aufbereitung, Extrudieren, Plastizieren
Buss-Ko-Kneter	kontin.	Schnecke	0,1 ···1	0,1···5 t/h	
Doppelschneckenkneter	kontin.	Schnecken, Knetscheiben	0,1 ···1	0,1···2,5 t/h	Abpressen, Extrudieren, Stranggranulieren

2.8.2 Kornvergrößerung

2.8.2.1 Granulieren

Ziel

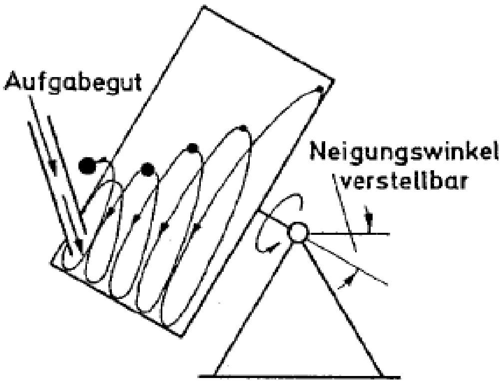
- Zusammenballung von Feststoffteilchen zu kleinen Kugeln mit sehr fester Oberfläche (Granulat) mittels Bindemittel

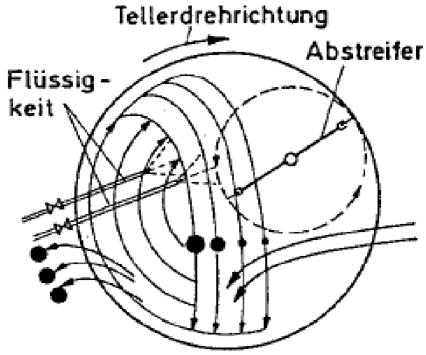
Wirkprinzip

1) Aneinanderhaftung durch kapillare Haftkräfte mittels Porenflüssigkeit
2) Molekularanziehung der Feststoffoberflächen
3) Formschlüssige Bindungen zerklüfteter oder faseriger Oberflächenstrukturen
4) Festkörperbrücken durch erhärtetes Bindemittel

Bauform eines Granulierapparates

- Granulierteller, der aus einer schräg stehenden rotierenden Trommel besteht, in der durch Fallbewegung des pulvrigen Feststoffes eine äußerliche Verdichtung und Härtung erfolgt
- große Kugeln werden an die Oberfläche der Schüttung getragen und fallen aus der Trommel





2.8.2.2 Formpressen

Ziel

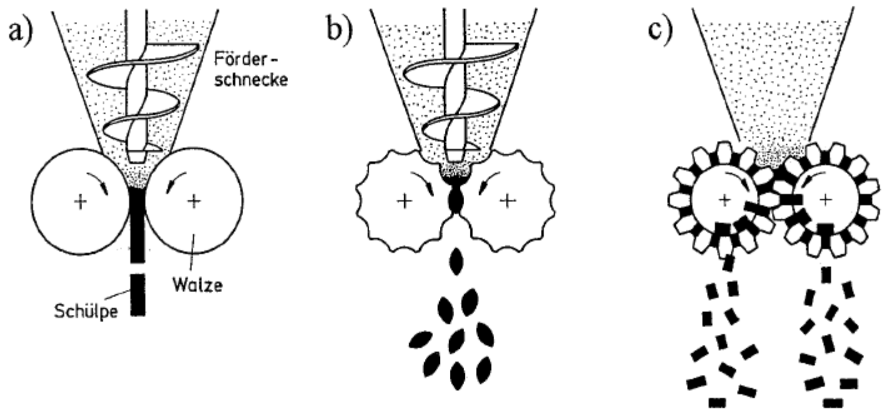
- Feststoffbildung und -formung (Tabletten, Briketts, Schülpen etc.) aus losen Feststoffmischungen mittels starkem Druck

Wirkprinzip

1) Unter Druck erfolgt Umordnung der Feststoffpartikel zu dichteren Schüttungen
2) Füllen der Zwischenräume mit Bruchstücken
3) Entstehung von Kontaktflächen zwischen Feststoffteilchen, formschlüssige Bindungen und Versinderung

Bauformen von Formpressen

- Walzenpressen mit Pressdrücken von 100-3000 bar und Durchsätzen von bis zu 50 t/h zur Erzeugung von Schülpen (a) und verschiedenartigen Briketts (b,c)



2.8.2.3. Extrudieren

- Herstellung kleiner Formkörper (z.B. Feststoffkatalysatoren) aus pastösen Gemengen (siehe Schneckenkneter, Abschnitt 2.8.1.2.2)

2.8.3 Feststoffdosierung

Ziel

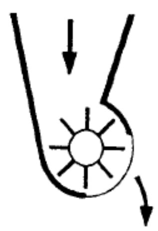
- gesteuerte Zugabe von pulvrigen Feststoffen und Feststoffgemischen in Reaktoren oder weiterverarbeitende Apparate

Unterscheidung

- Dosierung nach Schüttvolumen: Speiser
- Dosierung nach Schüttmasse: Waagen

Bauformen von Dosierern

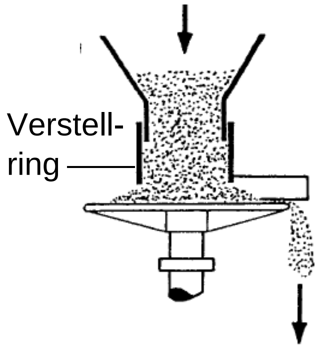
- Zellenradspeiser, Kammervolumen und



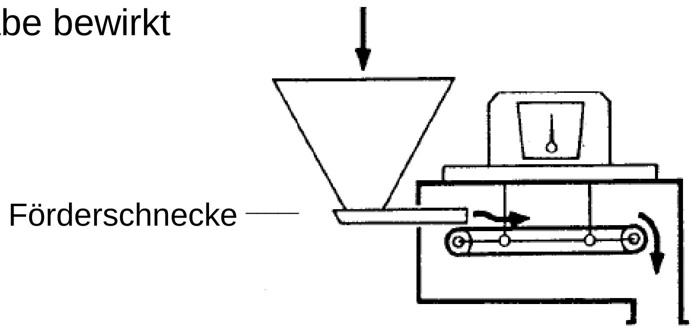
Anzahl der Zellenradumdrehungen bestimmen dosierte Feststoffmenge

Zellenrad

- Tellerspeiser, vertikale Position des Verstellringes bestimmt dosierte Feststoffmenge



- Dosierbandwaage, über Waage bestimmte Schüttgutmenge steuert Förderschnecke, die die Feststoffzugabe bewirkt



3. Fluide Systeme

betrachtete Medien

- fluid: fließend, strömend
- Fluid: Flüssigkeiten, Gase

3.1 Hydrostatik

Ziel

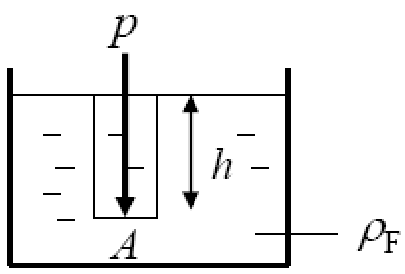
- Beschreibung des Ruhezustandes von Fluiden

Pascalsches Gesetz

- Gesetz der isotropen Druckausbreitung
- ein auf ein Fluid wirkender Druck pflanzt sich gleichgroß in alle Richtungen fort

Gesetz des Schweredruckes

- der Druck in einer Tiefe h unter der Oberfläche eines Fluides der Dichte ρ_F wird durch das Eigengewicht des Fluides bestimmt



$$p = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{h \cdot A \cdot \rho_F \cdot g}{A} = h\, \rho_F\, g$$

Gesetz von Archimedes

- in einem Fluid erfährt ein Körper einen Auftrieb F_A, der der Masse m_F des verdrängten Fluides entspricht

$$F_A = m_F\, g = \rho_F\, V_F\, g$$

3.2 Hydrodynamik

Ziel

- Beschreibung von strömenden Fluiden unter Einwirkung von Schwerkraft oder eines äußeren Druckes

Unterscheidung

- ideale Fluide: keine innere Reibung bzw. Viskosität,
- reale Fluide: besitzen innere Reibung bzw. Viskosität

Rheologie

- Wissenschaft der Fließ- und Verformungsvorgänge
- betrachtet Zusammenhang zwischen Scherspannung $\tau = \frac{F_R}{A}$ und dem Geschwindigkeitsgradienten $\frac{du}{dr}$ in strömenden Fluiden

Ansatz von Ostwald

$\tau^n = B \frac{du}{dr}$ mit scheinbarer Viskosität B sowie $n = 1$ und

$B = \eta$ für Newtonsche Fluide

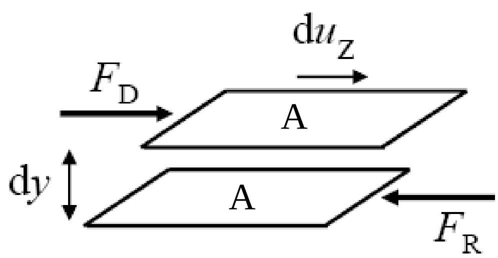
3.2.1 Newtonsche Fluide

Allgemeine Eigenschaften

- lineare Beziehung zwischen der Scherspannung τ und $\frac{du_Z}{dy}$

$\rightarrow \quad \tau = \frac{F_D}{A} = -\frac{F_R}{A} = \eta \cdot \frac{du_Z}{dy}$

mit Druckkraft F_D und Reibungskraft F_R



- die dynamische Viskosität η wird angegeben in $\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$

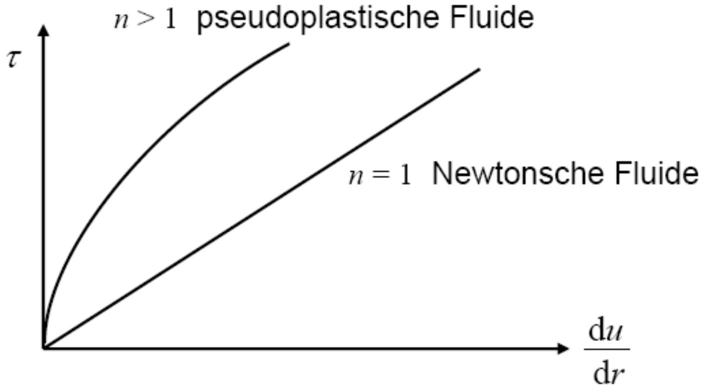
  (kinematische Viskosität $\nu = \eta / \rho$ in $\mathrm{m^2s^{-1}}$)
- die Scherspannung hat Dimension des Druckes in $\mathrm{kgm^{-1}s^{-2}}$

3.2.2 Nicht-Newtonsche Fluide

zeitunabhängige Viskosität

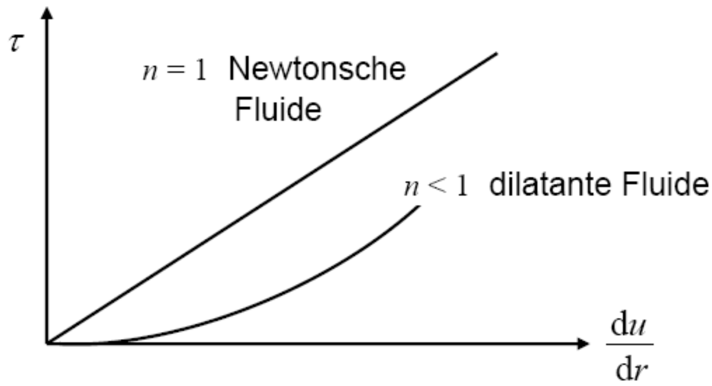
- pseudoplastische bzw. strukturviskose Fluide mit $n > 1$:

  Fluid ist zunächst elastisch und dann fließend (z.B. Polymere, Harze, Asphalt)



- dilatante Fluide mit $n < 1$:

  Fluid ist zunächst fließend und dann elastisch; nachlassende Schmierwirkung zwischen Teilchen (z.B. Pasten, Farben, Emulsionen)



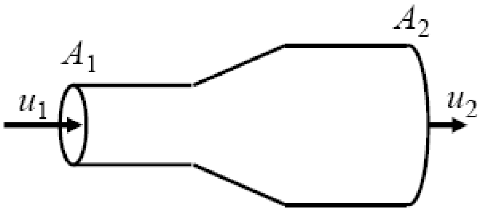
zeitabhängige Viskosität

- thixotrope Fluide: aufgrund des Aufbrechens von Wasserstoffbrückenbindungen nimmt B mit der Zeit ab (z.B. Bohrschlamm)
- rheopektische Fluide: aufgrund von Strukturbildung im Fluid nimmt B mit der Zeit zu (z.B. Gips, Porzellan, Kunstharz)

3.2.3 Klassische Kontinuitätsgleichung

<u>*Voraussetzung:*</u>

- in einem geschlossenen Prozessraum (z.B. Rohrleitungssystem) ist der Massestrom $\dot{m}_i$ durch jeden Querschnitt A_i gleich groß



$$\dot{m}_1 \quad = \quad \dot{m}_2$$

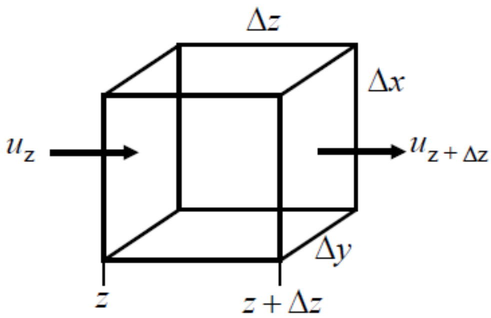
$$\rho_1 \cdot u_1 \cdot A_1 \quad = \quad \rho_2 \cdot u_2 \cdot A_2$$

(mit $m = \rho \cdot V$ bzw. $\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$ oder $\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A$)

- für inkompressible Fluide, d.h. ρ_i = konstant gilt

$$\rightarrow \quad u_1 \cdot A_1 \quad = \quad u_2 \cdot A_2$$

3.2.4 Kontinuitätsgleichung für differentiell kleine Volumenelemente



<u>*Voraussetzungen*</u>

- Volumenelement

  $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

  und $\dot{m}_z = (\rho \cdot u_z)_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$

  an der Stelle z

- der Massestrom $\dot{m}_{z+\Delta z}$ an der Stelle $z + \Delta z$ wird mittels der Taylor-Reihe berechnet (erste zwei Terme, $f(a) \Rightarrow \dot{m}_z$, $h \Rightarrow \Delta z$):

$$f(a+h) = f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \ldots + \frac{h^n}{n!} f^{n}{}'(a)$$

$$\rightarrow \quad \dot{m}_{z+\Delta z} = [(\rho\, u_z)_z + \Delta z\, \frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z}]\, \Delta x\, \Delta y$$

- die Änderung des Massestromes $\Delta \dot{m}_z$ im Volumenelement ΔV

$$\Delta \dot{m}_z = \dot{m}_z - \dot{m}_{z+\Delta z} = -\frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = -\frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z} \cdot \Delta V$$

führt mit $\Delta \dot{m} = \dot{\rho}\, \Delta V$ und beide Seiten geteilt durch ΔV zu

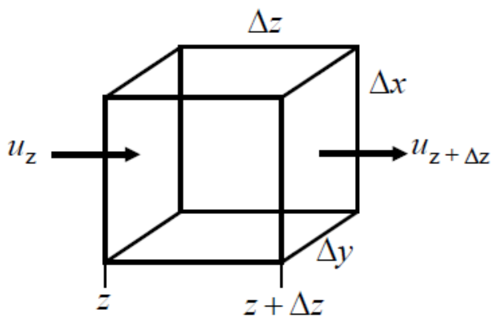
$$\rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho \cdot u_z)}{\partial z}$$ Massebilanz für z-Komponente,

analog für x- und y-Komponente

3.2.5 Navier-Stokes-Gleichung

Ziel

- Beschreibung der Geschwindigkeits-änderung im Volumenelement ΔV in Abhängigkeit von Zeit und Ort



Ansatz

- Betrachtung der Wirkung aller Kräfte F_Σ, die auf die Masse im Volumenelement ΔV einwirken

  F_Σ = Trägheitskraft F_m + Druckkraft F_D + Reibungskraft F_R

Trägheitskraft F_m

- erstes Newtonsches Gesetz

  $F_m = m \cdot a_z = \rho \cdot \Delta V \cdot a_z$ mit Beschleunigung a_z in z-Richtung

Druckkraft F_D

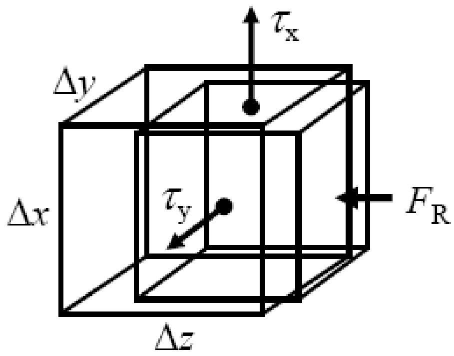
- an der Stelle z: $F_{D,z} = p_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$
- an der Stelle $z + \Delta z$: Berechnung mittels Taylor-Reihe

$$F_{D,z+\Delta z} = p_{z+\Delta z} \cdot \Delta x \cdot \Delta y = (p_z + \Delta z \frac{\partial p_z}{\partial z}) \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

- Änderung in ΔV: $\Delta F_{D,z} = F_{D,z} - F_{D,z+\Delta z} = -\frac{\partial p_z}{\partial z} \cdot \Delta V$

Reibungskraft F_R

- Reibung in x-Richtung ist analog zur y-Richtung



- an der Stelle y: $F_{R,y} = -\tau_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z$ (Seite 48)
- an der Stelle $y + \Delta y$: $F_{R,y+\Delta y} = -\tau_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z$

$$= -(\tau_y + \Delta y \frac{\partial \tau_y}{\partial y}) \cdot \Delta x \cdot \Delta z$$

- Änderung in ΔV: $\Delta F_{R,y} = F_{R,y} - F_{R,y+\Delta y} = \frac{\partial \tau_y}{\partial y} \cdot \Delta V$
- mit $\tau_y = \eta \frac{\partial u_z}{\partial y}$ für Newtonsche Fluide (Seite 48) folgt

$$\Delta F_{R,y} = \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\eta \cdot \frac{\partial u_z}{\partial y}) \cdot \Delta V = \eta \cdot \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \cdot \Delta V$$

und analog für die x-Komponente $\Delta F_{R,x} = \eta \cdot \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \cdot \Delta V$

Wirkung von F_Σ auf die Masse im Volumenelement ΔV

- die Änderung der Geschwindigkeit ist eine Beschleunigung (F_Σ/m)
- zwei Bestandteile:
  1) zeitliche Änderung der Geschwindigkeit in einem Volumenelement $\rightarrow$ $\Delta t \cdot \frac{\partial u_z}{\partial t}$ Zeitabhängigkeit von u_z

2) Änderung der Geschwindigkeit zwischen verschiedenen Volumenelementen $\rightarrow$ $\Delta z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z}$ Ortsabhängigkeit von u_z

$\rightarrow$ ergeben gemeinsam die substantielle Ableitung

$$\Delta t \cdot \frac{\partial u_z}{\partial t} + \Delta z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} \text{ nach } \Delta t^{-1} \rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \text{(Beschleunigung)}$$

Zusammenstellung der z-Komponenten der substantiellen Ableitung und von F_Σ

- Wirkung von F_Σ ist eine Beschleunigung, d.h. die Terme für F_m, F_D und F_R müssen durch $m = \rho\,\Delta V$ geteilt werden

$$\rightarrow \quad \underbrace{\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z}}_{\text{substantielle Ableitung}} = \underbrace{a_z}_{F_m/\rho \cdot \Delta V} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p_z}{\partial z}}_{F_D/\rho \cdot \Delta V} + \underbrace{\nu \cdot \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right)}_{F_R/\rho \cdot \Delta V}$$

eindimensionale Navier-Stokes-Gleichung (siehe Seite 6)

3.2.6 Euler-Gleichung

Sonderfall der Navier-Stokes-Gleichung

- reibungsfreies Fluid: $\nu = 0$
- stationärer Fall: $\frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$

$$\rightarrow \quad u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} = a_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p_z}{\partial z}$$ eindimensionale Euler-Gleichung

3.2.7 Bernoulli-Gleichung

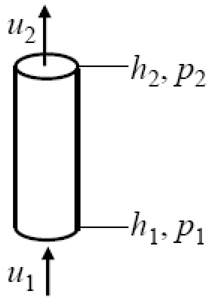
Sonderfall der Euler-Gleichung

- Beschleunigungsterm: $a_z = -g$
- Verwendung der geodätischen Höhe: $\mathrm{d}z = \mathrm{d}h$

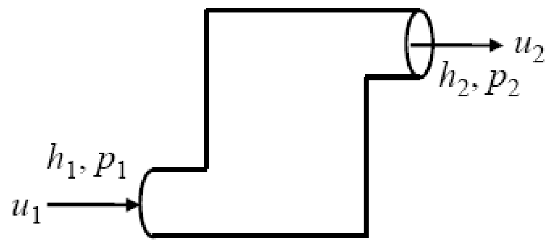
$$\rightarrow \quad u \cdot \frac{du}{dh} = -g - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dh}$$

Beispiele für Anwendungen

Rohr:



Behälter:



$$\left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}\right) = -(g\,h_2 - g\,h_1) - \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho}\right) \rightarrow \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}\right) + (g\,h_2 - g\,h_1) + \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho}\right) = 0$$

allgemeine Form der Bernoulli-Gleichung

(entspricht einer Energiebilanz nach Multiplikation mit Masse $m = \rho \Delta V$)

Bernoulli-Gleichung als Höhenbilanz

- wird erhalten nach Division durch g

$$\frac{u^2}{2g} + h + \frac{p}{g \cdot \rho} = 0$$

Geschwindigkeitshöhe h_{dyn} — geodätische Höhe h_g — statische Druckhöhe h_{st}

h_{dyn}: aus dieser Höhe muss Fluid fallen, um auf u zu kommen

h_g: Ortshöhe

h_{st}: Höhe der Fluidsäule, die Druck p erzeugt

Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz

- wird erhalten nach Multiplikation mit ρ

$$\frac{\rho \cdot u^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h + p = 0$$

dynamischer Druck p_{dyn} — geodätischer Druck p_g — statischer Druck p_{st}

3.3 Druckverluste in Rohreinbauten und Reaktorbauteilen

3.3.1 Druckverluste in glatten Rohren

Ziel

- Berechnung des Druckverlustes Δp in einem glatten Rohr, d.h. einem Rohr ohne innere Oberflächenrauigkeiten

Ansatz

- mit Newtonschem Widerstandsgesetz folgt Druckabfall Δp zu

$$\Delta p = \frac{F_W}{A} = \xi \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} \qquad \text{mit } \xi\text{: Widerstandszahl}$$

- Plausibilitätsbetrachtungen liefern

$$\xi \propto 1/d \qquad \text{mit Rohrdurchmesser } d$$

$$\xi \propto l \qquad \text{mit Rohrlänge } l$$

$$\rightarrow \quad \xi = \lambda \frac{l}{d} \qquad \text{mit Reibungszahl } \lambda$$

$$\rightarrow \quad \Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

charakteristische Strömungsbereiche

a) $\mathrm{Re} < 2300$, laminare Strömung:

- Anwendung der Hagen-Poiseuille-Gleichung (Seite 20)

$$\dot{V} = u \cdot A = u \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\Delta p}{8\eta \cdot l} \cdot \pi \cdot r^4$$

bzw. nach Umstellung

$$\Delta p = \frac{8\eta \cdot l \cdot u}{r^2} = \frac{32\nu \cdot \rho \cdot l \cdot u}{d^2} \qquad \text{mit } \eta = \nu \cdot \rho\text{, } r^2 = d^2/4$$

oder gegenübergestellt $\quad \Delta p = \dfrac{32\rho \cdot l \cdot u^2}{d} \cdot \underbrace{\dfrac{\nu}{u \cdot d}}_{\mathrm{Re}^{-1}} = \lambda \cdot \dfrac{l}{d} \cdot \rho \cdot \dfrac{u^2}{2}$

$\rightarrow \qquad \lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$ Reibungszahl bei laminarer Strömung

b) $2300 < \mathrm{Re} < 10^5$, Übergangsbereich:

- empirisch gefunden von Blasius

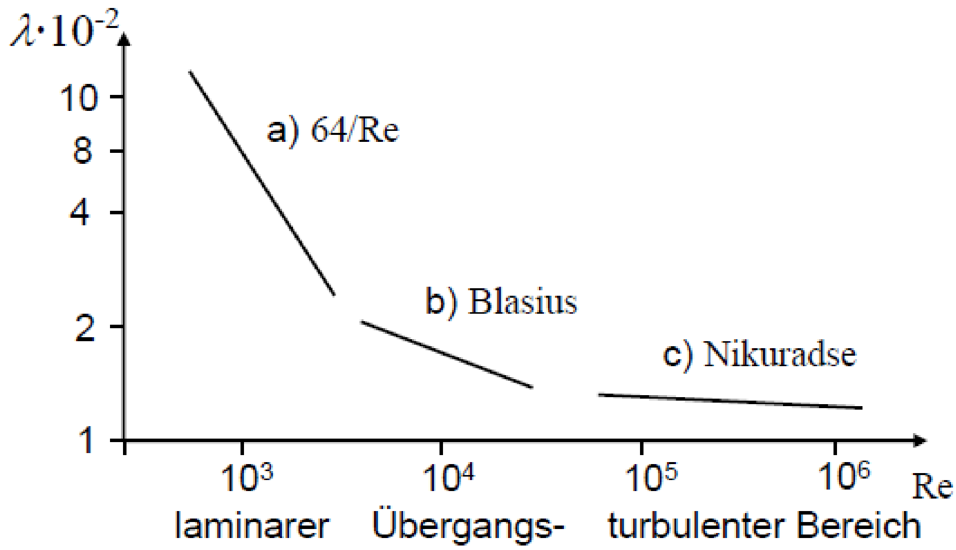
$\rightarrow \qquad \lambda = 0{,}316\ \mathrm{Re}^{-0{,}25}$

c) $\mathrm{Re} > 10^5$, turbulenter Bereich:

- empirisch gefunden von Nikuradse

$\rightarrow \qquad \lambda = 0{,}0032 + 0{,}221\ \mathrm{Re}^{-0{,}237}$

graphische Übersicht



Übungsaufgaben 8, 9 und 10

3.3.2 Druckverluste in rauen Rohren

Ziel

- Berechnung des Druckverlustes Δp in einem rauen Rohr, d.h. einem Rohr mit inneren Oberflächenrauigkeiten

relative Oberflächenrauigkeit n

- definiert als $n = \frac{h}{d}$ mit h: mittlere Wanderhebung

d: Rohrdurchmesser

- Beispiele:

Material	Beton Gusseisen	alter Stahl	neuer Stahl	Kunststoff Glas
h / mm	0,15-0,30	0,3-1,0	0,02-0,10	0,001-0,020

allgemeiner Ansatz für Druckabfall Δp

- analog zum glatten Rohr gilt

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$ mit $\lambda = f(\mathrm{Re}, \mathrm{n})$, empirisch bestimmt

charakteristische Strömungsbereiche

a) $\mathrm{Re} < 2300$, laminare Strömung:

$$\rightarrow \quad \lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$ d.h. $\lambda \neq f(n)$

- Ursache ist das Auftreten von Prandtl-Grenzschichten an den inneren Rohrwänden, die die Kernströmung von der wandnahen Randströmung entkoppeln

Grenzschichtdicke $\delta \propto \frac{d}{\sqrt{\mathrm{Re}}}$

b) $2300 < \mathrm{Re} < 10^5$, Übergangsbereich:

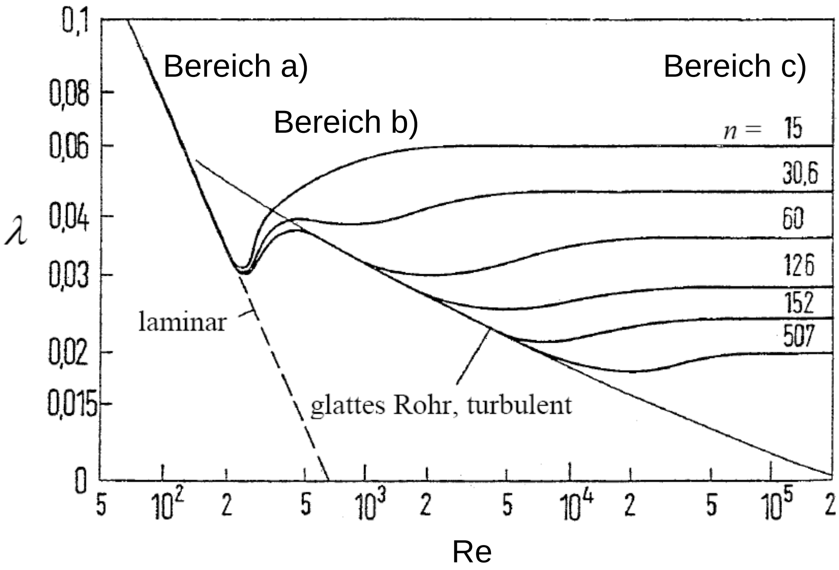
- kein analytischer Ausdruck bekannt

c) $\mathrm{Re} > 10^5$, turbulenter Bereich:

- empirisch gefunden von Nikuradse

$$\rightarrow \quad \lambda = f(n) = \text{konstant}$$ für gleichförmige Sandrauigkeiten

graphische Übersicht



Übungsaufgabe 11

3.3.3 Druckverluste in Rohreinbauten

Ziel

- Berechnung des Druckverlustes Δp in Krümmern, T-Stücken, Hähnen etc.

Ansatz

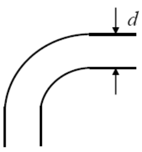
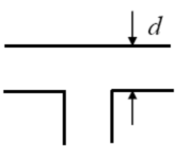
- analog zum Druckabfall im Rohr gilt $\Delta p \;=\; \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$ jedoch mit einer (verlängerten) äquivalenten Bauteillänge $l_{äq}$

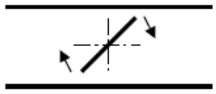
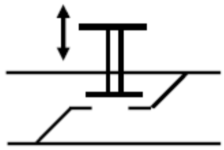
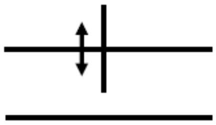
$l_{äq} \;=\; k \cdot d$ mit k: Druckverlustkoeffizient

d: durchströmter Innendurchmesser

$$\rightarrow \qquad \Delta p \;=\; \lambda \cdot k \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

Tabelle mit ausgewählten Druckverlustkoeffizienten k

Bezeichnung	Skizze		k-Werte
Krümmer		d: 0,01-0,06 m	50
		d: 0,07-0,15 m	40
		d: 0,16-0,25 m	30
T-Stücke			

	d: 0,025-0,100 m	60-90
Hähne		2-10
Ventile		70-100
Schieber		10

3.3.4 Druckverluste in Schüttungen

(12.05.2014)

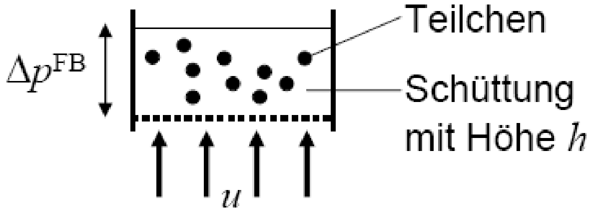
Ziel

- Berechnung des Druckverlustes Δp^{FB} in Zufallsschüttung (z.B. Katalysatorbett)

Schema

- Katalysatorschüttung mit Zwischenkornanteil

$$\varepsilon = \frac{Zwischenkornvolumen}{Festbettvolumen}$$



Strömungsbereiche für das Festbett

- laminare Strömung: gilt $\xi = \frac{24}{\mathrm{Re}}$ wie bei Sedimentation, d.h.

$$\Delta p = \frac{F_W}{A} = \xi \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{24}{\mathrm{Re}} \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

mit $\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d}{\nu}$ folgt $\Delta p = \frac{24\nu}{d \cdot u} \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{12\nu \cdot \rho \cdot u}{d}$

$\rightarrow \quad \Delta p^{FB} = f(u)$ d.h. lineare Abhängigkeit von u

- turbulente Strömung: gilt ξ = const. wie bei Sedimentation, d.h.

$$\Delta p = \frac{F_W}{A} = \text{const.} \cdot \rho \frac{u^2}{2}$$

$\rightarrow$ $\Delta p^{\mathrm{FB}} = f(u^2)$ d.h. quadratische Abhängigkeit von u

<u>empirisch gefundene Abhängigkeit für den Druckverlust Δp^{FB} in einer Schüttung</u>

- Ergun-Gleichung

$$\Delta p^{\mathrm{FB}} = 150 \frac{h \cdot \rho \cdot \nu \cdot u}{d^2} \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} + 1{,}75 \frac{h \cdot \rho \cdot u^2}{d} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}$$

laminarer Term turbulenter Term

- gültig für: $0{,}04 \leq \mathrm{Re}^{\mathrm{FB}} \leq 30000$ mit $\mathrm{Re}^{\mathrm{FB}} = \frac{u \cdot d}{\nu} \cdot \frac{1}{(1-\varepsilon)}$

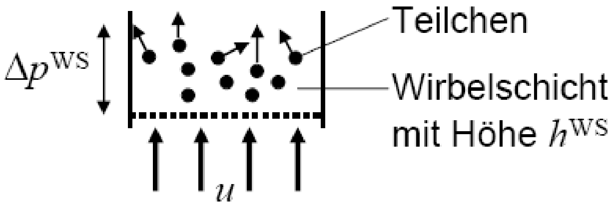
3.3.5 Druckverluste in Wirbelschichten

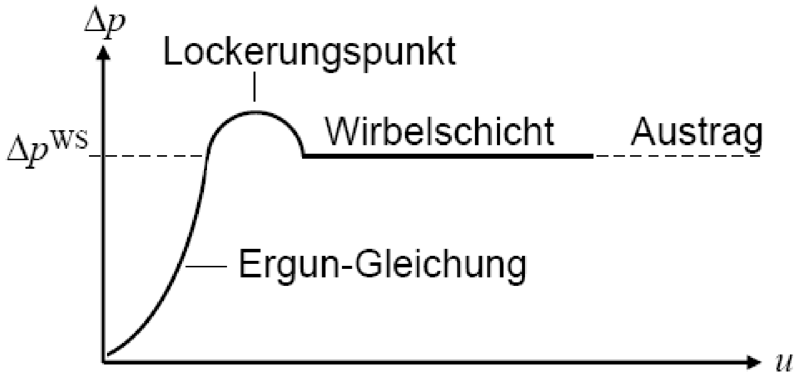
<u>Ziel</u>

- Berechnung des Druckverlustes Δp^{WS} nach der Lockerung einer Zufallsschüttung (z.B. Wirbelschicht)

<u>Schema</u>

- Wirbelschicht





am Lockerungspunkt werden molekulare Haftkräfte überwunden

empirisch gefundene Abhängigkeit für den Druckverlust Δp^{WS} in einer Wirbelschicht

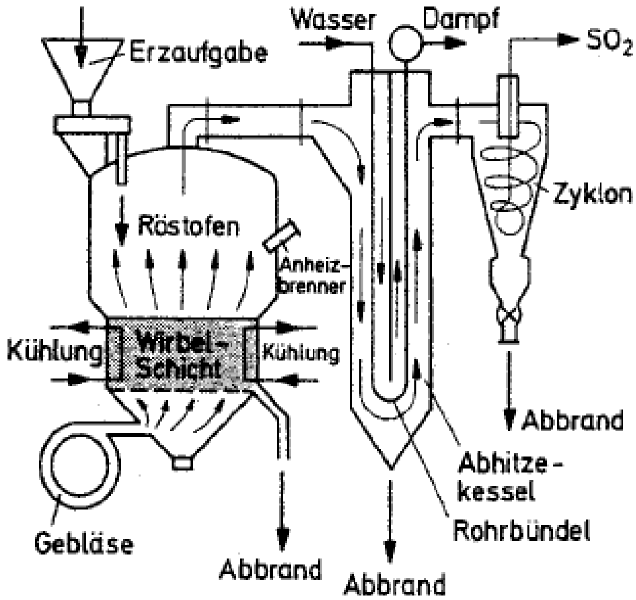
$$\Delta p^{WS} = (3000\,\frac{(1-\varepsilon)}{\mathrm{Re}} + 3{,}5)\ g \cdot h^{WS} \cdot \Delta\rho \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}$$

$f(u)$ konstant ($f(u)$ oft vernachlässigbar)

mit Dichtedifferenz $\Delta\rho$ zwischen Feststoff und Fluid

Technische Anwendung

- Wirbelschichtofen für das Rösten von Pyrit (siehe Abschnitt 1.1 und rechts)



3.4 Messen von Strömungsgeschwindigkeiten

Ziel

- Bestimmung des Massestromes $\dot{m}$ eines Fluides:

$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot u \cdot A$ mit Strömungsgeschwindigkeit u und durchströmter Querschnittfläche A

- wichtig für die Bilanzierung von Reaktionen

Unterscheidung der Verfahren nach ihrem Messprinzip

Verfahren	Beispiele	Phase
Volumenzähler	Auslaufzähler (Gefäß mit definiertem Volumen) Ovalradzähler (Zahnradpumpe, S. 73) Treibschieberzähler (analog zu Zellenrad, S. 46)	flüssig flüssig flüssig/Gas
Mitführungs-verfahren	Seifenblasenströmungsmesser Rotameter (Schwebekörper, S. 65)	Gas flüssig/Gas
Druckdifferenz-Verfahren	Prandtl-Staurohr (s.u.) Venturi-Düse (S. 63) Kapillarströmungsmesser (s.u.)	Gas Gas Gas
indirekte Verfahren	Magnetische, thermische und Laufzeitverfahren (S. 66-67) Corioliskraftverfahren (S. 67)	flüssig/Gas flüssig/Gas

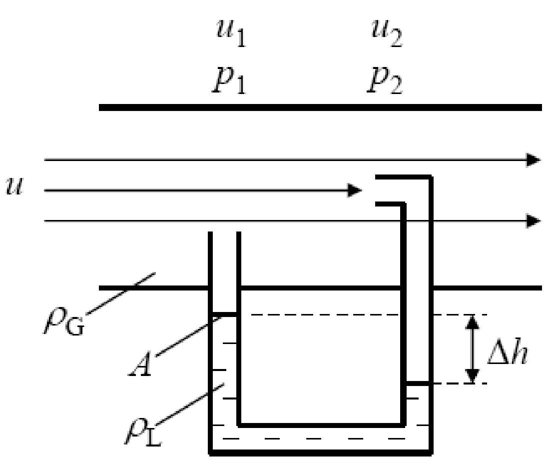
3.4.1 Druckdifferenzverfahren

Voraussetzung

- der geodätische Druck p_g (siehe Bernoulli-Gleichung auf S. 54) ist innerhalb der Messanordnung konstant, d.h. $\rho \cdot g \cdot h_1 = \rho \cdot g \cdot h_2$

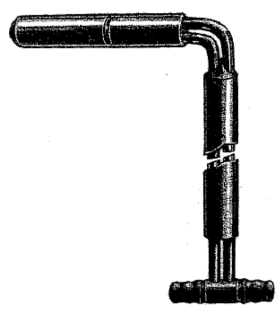
Prandtl-Staurohr

- Betrachtung der mittleren Strömungslinie



p_1, p_2: statischer Druck bei 1, 2

u_1, u_2: Geschwindigkeit bei 1, 2



- aus Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz folgt

$$\rho_G \cdot \frac{u_1^2}{2} + p_1 = \rho_G \cdot \frac{u_2^2}{2} + p_2$$

und mit $u_2 = 0$

$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2}{\rho_G}(p_2 - p_1)}$$ Strömungsgeschwindigkeit als $f(\Delta p)$

- Verwendung eines Flüssigkeitsmanometers mit U-Rohr zur Druckmessung

$$p_2 - p_1 = \frac{F_S - F_A}{A} = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot A \cdot \Delta h}{A} g$$

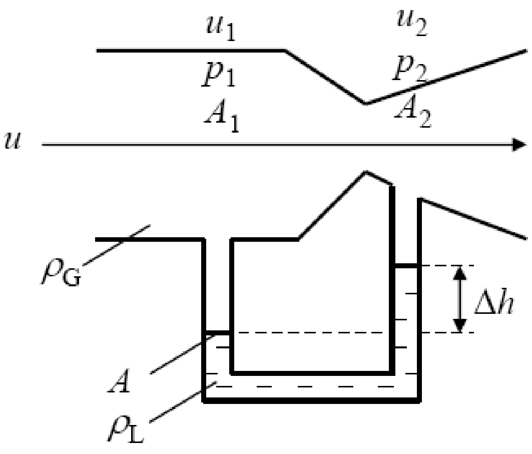
$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2\Delta h \cdot g}{\rho_G}(\rho_L - \rho_G)}$$ Strömungsgeschwindigkeit als $f(\Delta h)$

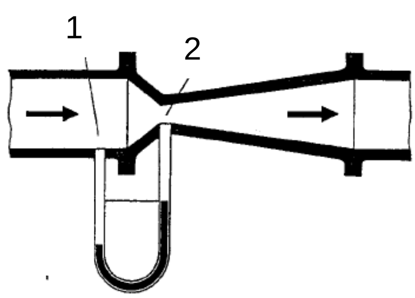
Venturi-Düse

- Druckgefälle an einer verwirbelungsfreien Querschnittsverengung

A_1: Querschnitt bei 1

A_2: Querschnitt bei 2





- mit Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz folgt

$$\rho_G \cdot \frac{u_1^2}{2} + p_1 = \rho_G \cdot \frac{u_2^2}{2} + p_2$$

- Anwendung der klassischen Kontinuitätsgleichung (S. 50)

$$u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2 \quad \rightarrow \quad u_2 = u_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$$

und $$p_1 - p_2 = \frac{\rho_G^2}{2} \cdot u_1^2 \cdot \{(\frac{A_1}{A_2})^2 - 1\}$$

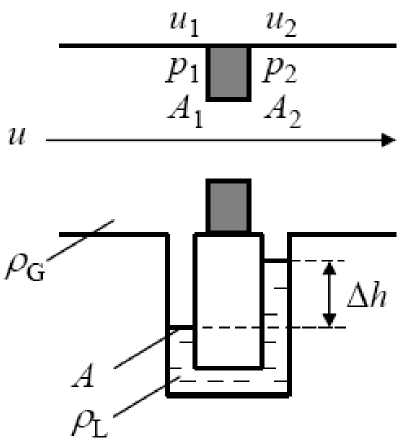
$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho_G\left((\frac{A_1}{A_2})^2 - 1\right)}}$$ wobei $u_1 = u$

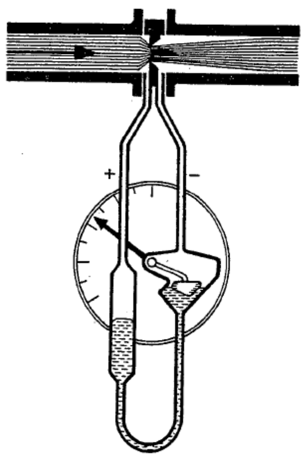
bzw. mit $$p_2 - p_1 = \frac{(\rho_L - \rho_G) \cdot A \cdot \Delta h}{A} g$$ für Flüssigkeitsmanometer

$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2\Delta h \cdot g}{\rho_G}(\rho_L - \rho_G)} \cdot \alpha$$ mit Durchflusszahl $\alpha = \frac{1}{\sqrt{\left((\frac{A_1}{A_2})^2 - 1\right)}}$

Blende

- Druckgefälle an einer verwirbelnden Blende





- Ansatz ist analog zur Venturi-Düse

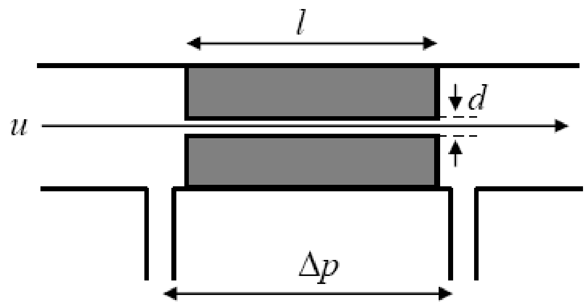
$$\rightarrow \quad u = \sqrt{\frac{2\Delta h \cdot g}{\rho_G}(\rho_L - \rho_G)} \cdot \alpha \cdot \xi$$

jedoch mit einem zusätzlichen Beiwert ξ, der die veränderten Strömungsbedingungen berücksichtigt

Übungsaufgaben 12 und 13

Kapillarströmungsmesser

- Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit über den Druckabfall Δp an einer Kapillare



- nach dem Hagen-Poiseuille-Gesetz (Seite 20) gilt

$$\dot{V} = u \cdot A = \frac{\Delta p}{128\eta \cdot l} \cdot \pi \cdot d^4 \qquad \text{mit} \qquad A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

d.h. der Druckabfall durch den Strömungswiderstand in der Kapillare ist

$$\Delta p_R = \frac{32\eta \cdot l}{d^2} \cdot u = C_R \cdot \frac{\eta \cdot l}{d^2} \cdot u \qquad \text{mit Kapillarkonstante } C_R$$

- da der Innendurchmesser von Kapillaren meist nicht völlig gleichmäßig ist, wird zusätzlich ein Beschleunigungsterm Δp_B (Hagenbach-Korrektur) hinzugefügt

$$\rightarrow \Delta p = \Delta p_R + \Delta p_B = \underbrace{C_R \cdot \frac{\eta \cdot l}{d^2} \cdot u}_{\text{Reibungsterm}} + \underbrace{C_B \cdot \frac{\rho}{d^2} \cdot u^2}_{\text{Beschleunigungsterm}}$$

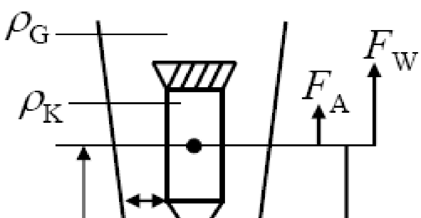
- die Konstanten C_R und C_B werden experimentell bestimmt

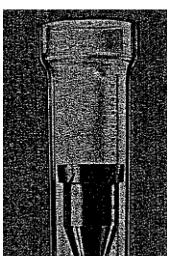
3.4.2 Mitführungsmessverfahren

Rotameter

- Schwebekörper in einem vertikal durchströmten, leicht konischen Rohr

https://micl





mit Dichten des Gases ρ_G und des Schwebekörpers ρ_K sowie seinem Volumen V_K

- aus dem Gleichgewicht der Schwerkraft F_S, der Auftriebskraft F_A und der Widerstandskraft F_W nach Newton folgt

$$F_S = F_W + F_A \quad \text{bzw.} \quad F_S - F_A = F_W$$

bzw.
$$(\rho_K - \rho_G) \cdot V_K \cdot g = \xi \cdot A_K \cdot \rho_G \cdot \frac{u^2}{2}$$

$$\rightarrow u \propto \sqrt{\frac{\rho_K - \rho_G}{\rho_G}}$$

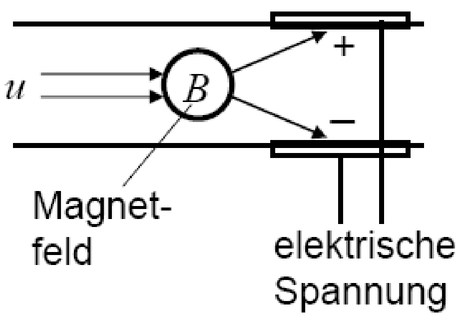
- in der praktischen Anwendung wird die Strömungsgeschwindigkeit u_1 eines ausgewählten Fluids 1 mit Dichte $\rho_G = \rho_1$ kalibriert (z.B. N_2) und auf die Geschwindigkeit u_2 des zu messenden Fluids 2 mit Dichte ρ_2 umgerechnet:

$$u_2 = u_1 \sqrt{\frac{\rho_1(\rho_K - \rho_2)}{\rho_2(\rho_K - \rho_1)}}$$

3.4.3 Indirekte Strömungsmessverfahren

magnetisch-induktiver Durchflussmesser

- nutzbar bei elektrisch leitenden Flüssigkeiten (Salzlösungen, Säuren etc.)
- Ablenkung von bewegten ($\vec{u}$) Ladungsträgern Q durch ein äußeres Magnet-



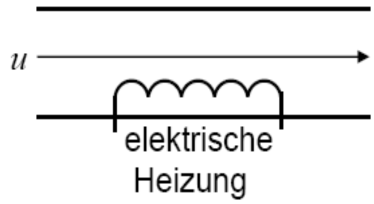
feld $\vec{B}$ mittels Lorentz-Kraft

$\vec{F} = Q\,(\vec{u} \times \vec{B})$ in Richtung von

Elektroden, deren Spannung gemessen wird

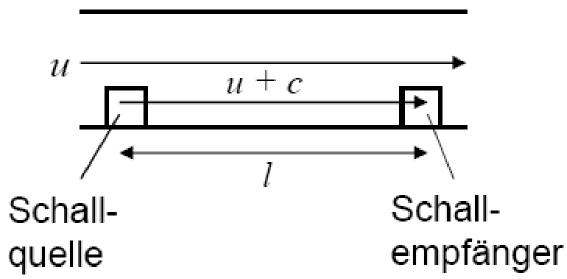
Thermosonde

- Einbau eines Heizdrahtes oder Thermowiderstandes in das Strömungsrohr
- Abkühlung des Heizdrahtes und sein elektrischer Widerstand ist von Strömungsgeschwindigkeit abhängig



Ultraschall-Durchflussmesser

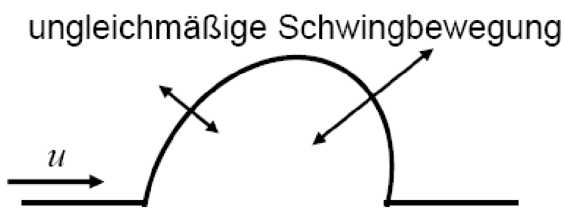
- die Laufzeit t einer Schallwelle in einem bewegten Fluid ist von der Strömungsgeschwindigkeit u abhängig:



$$t = \frac{l}{u+c} \quad \rightarrow \quad u = \frac{l - t \cdot c}{t}$$ mit Schallgeschwindigkeit c

Coriolis-Durchflussmesser

- eine schwingende Rohrschleife erfährt eine zunehmende Verzerrung, wenn die Strömungsgeschwindigkeit u zunimmt

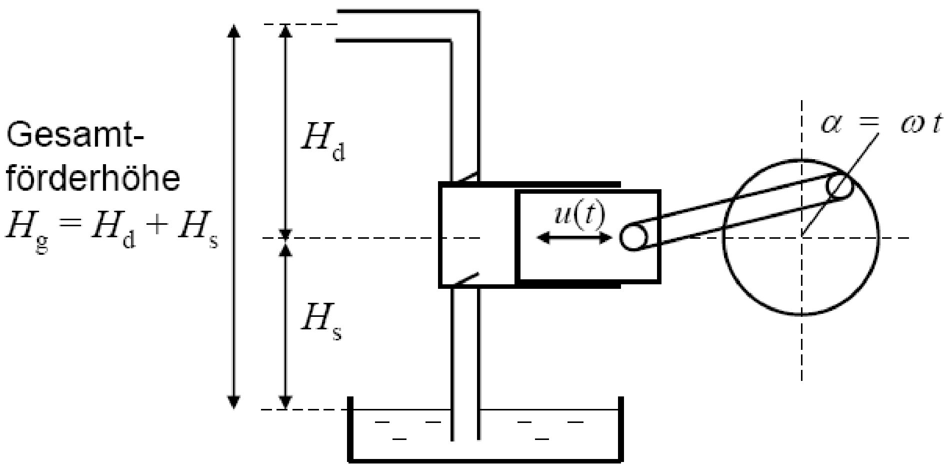


3.5 Pumpen

3.5.1 Bestimmung der Förderhöhe

optimale Anordnung einer Pumpe

- Ausnutzung der Saughöhe H_s einer Pumpe bewirkt Reduzierung der Druckhöhe H_d und Verringerung der notwendigen Pumpenleistung, demonstriert an einfach wirkender Kolbenpumpe



geodä

- Druck p_d am Kolben bei Druckförderung, dargestellt mittels Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz (Seite 54)

$$p_d = p_a + \rho \cdot g \cdot (H_d + h_{rd} + h_{bd})$$

atmosphärischer Druck am Ort	geodätische Druckhöhe	Reibungs-höhe	Beschleuni-gungshöhe

$$\rightarrow \quad H_d = \frac{(p_d - p_a)}{\rho \cdot g} - h_{rd} - h_{bd}$$

geodätische Saughöhe H_s

- Druck p_s am Kolben bei Saugförderung, dargestellt mittels Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz (Seite 54)

$$p_s = p_a - p_D - \rho \cdot g \cdot (H_s + h_{rs} + h_{bs})$$

atmosphärischer Druck am Ort	Dampfdruck der Flüssigkeit

$$\rightarrow \quad H_s = \frac{(p_a - p_D - p_s)}{\rho \cdot g} - h_{rs} - h_{bs}$$

3.5.2 Pumpenleistung

Wirkungsgrad

- volumetrischer Wirkungsgrad η_v: bedingt durch Undichtheiten

$$\eta_v = \dot{V}_{eff} \;/\; \dot{V}_{ges}$$

effektive geförder-tes Volumen / Gesamtvolumen-strom

- hydraulischer Wirkungsgrad η_h: Reibungs- und Beschleunigungsverluste im Fluid

$$\eta_h = H_{eff} \;/\; (H_g + h_r + h_b)$$

effektive Förder-höhe, Nutzförderhöhe / Reibungs- und Beschleunigungsverluste

- mechanischer Wirkungsgrad η_m: mechanische Verluste, Reibung innerhalb der Pumpe

$$\eta_m = P_{eff} \;/\; P_m$$

effektive Leistungsaufnahme der Förderelemente / insgesamt zugeführte Leistung

- Gesamtwirkungsgrad η:

$\rightarrow \eta = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m$ (0,6 bis 0,8 bei Industriepumpen)

<u>Leistungsaufnahme von Pumpen</u>

- allgemein gilt $P = \dfrac{Volumenarbeit}{Zeiteinheit \cdot \eta} = \dfrac{p \cdot V}{\eta \cdot t} = \dfrac{p}{\eta}\dot{V}$

- mit spezifischer (auf Masse bezogen) Förderarbeit $Y = \dfrac{W_{pot}}{m} = g\,h$

und $p = \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot Y$ (siehe geodätischer Druck auf S. 54)

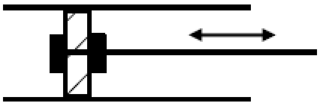
folgt $P = \dfrac{\rho \cdot g \cdot h \cdot \dot{V}}{\eta} = \dfrac{\rho \cdot Y \cdot \dot{V}}{\eta}$

3.5.3 Verdrängerpumpen

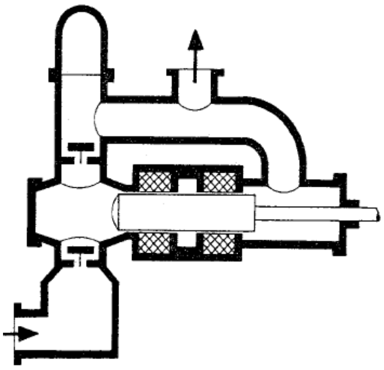
Hubkolbenpumpen

- Unterscheidung:

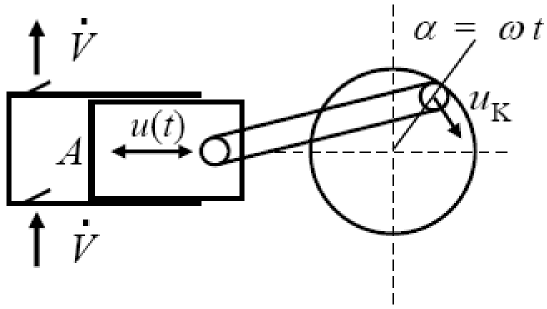
  Scheibenkolben mit Dichtung auf bewegtem Kolben oder Scheibe



  Tauchkolbenpumpe mit festsitzender Dichtung im Zylinder

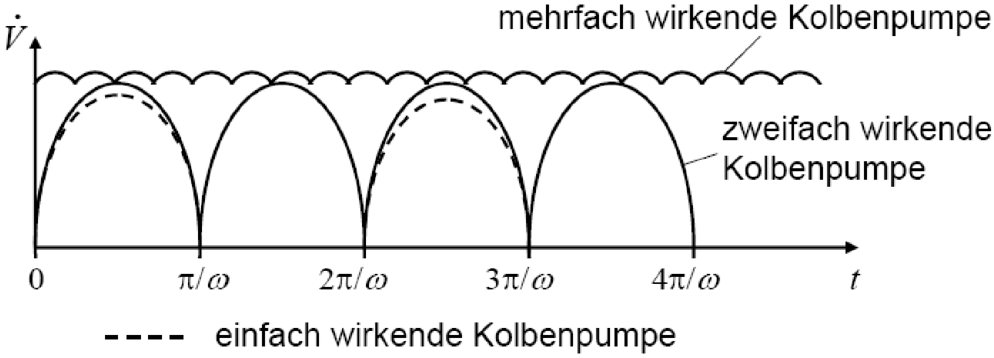


- Hauptteile: Zylinder, Kolben, Ventile, Pleuel, Kurbelwelle (s.u)
- Förderstrom $\dot{V}$ von Kolbenpumpen



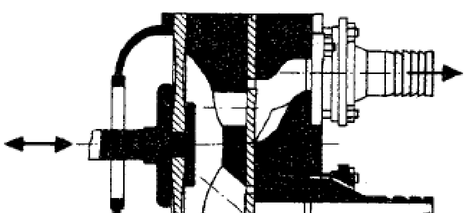
$\dot{V} = A \cdot u(t) = A \cdot u_K \ \sin(\omega t)$ mit Kolbenstirnfläche A und Kreisfrequenz ω

- Förderdiagramm



→ möglichst mehrfach wirkende Pumpen und/oder Pfufferbehälter bei Gasen

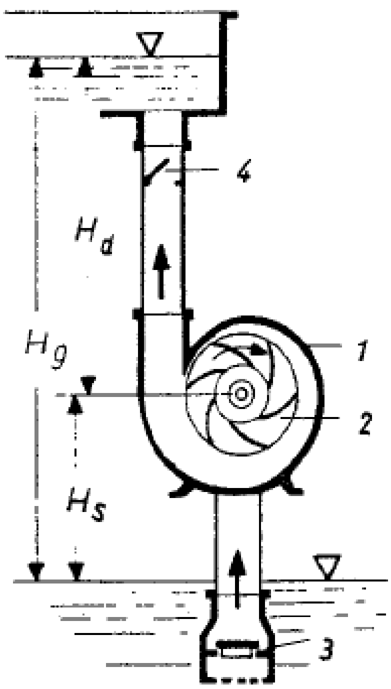
Membranpumpen



- Kolben wird durch Membran (Gummi, Kunststoff etc.) ersetzt, die die Hubbewegungen ausführt, d.h. aber auch einen pulsierenden Förderstrom erzeugt
- Vorteil: vollständig abgedichteter Förderraum

  → moderne Chemiepumpe

3.5.4 Kreiselpumpen



Funktionsweise

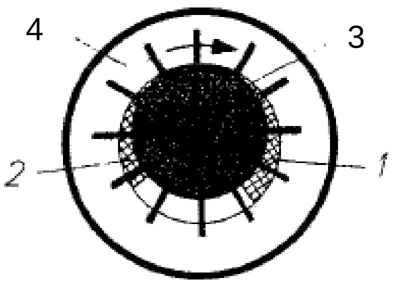
- rotierendes Schaufelrad (2) im feststehenden Gehäuse (1)
- auf Flüssigkeit im Schaufelrad wirkt Fliehkraft $F_Z = m \cdot (2\pi \cdot n)^2 \cdot r$
- Ventile 3 und 4 verhindern ein Leerlaufen der Pumpe, da gasgefülltes Schaufelrad keine Förderung bewirkt

Vorteile und Nachteile der Kreiselpumpe gegen

- kompakte Bauweise, verschleißarm
- wellendichtungslose Bauweise mittels Magnetkupplung möglich, die auch als Überlastschutz wirkt

  → moderne Chemiepumpe
- ist nicht selbstansaugend (s.o.)

  → Kombination mit Wasserringpumpe: exzentrisch angeordnetes Schau-



fel (3), das in einen Wasserring (4) taucht, und damit einen variierenden Förderraum bildet, 2 1

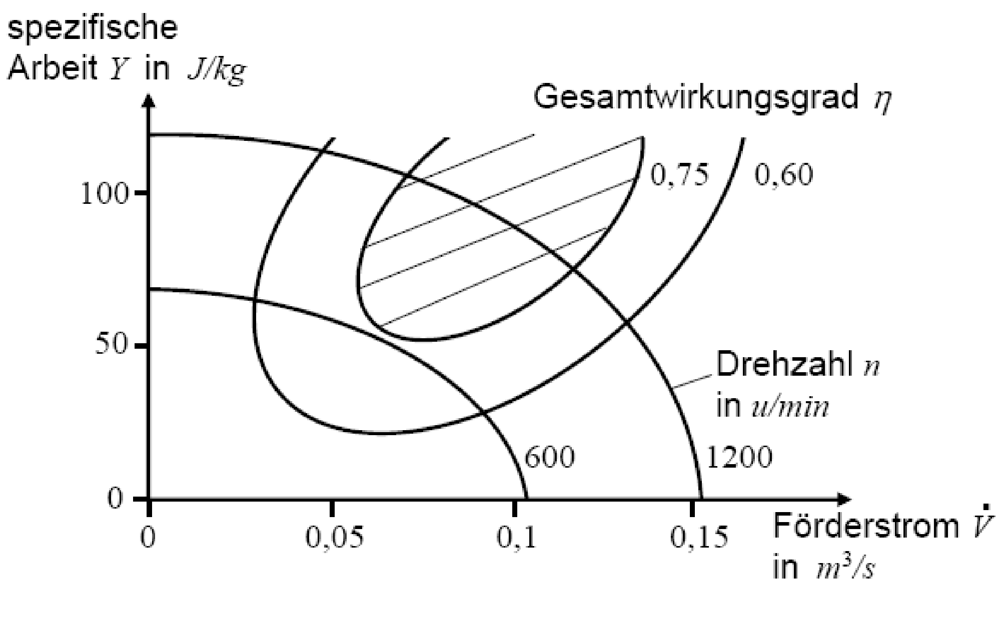
Ansaugen und Ableiten von Gas über Stirnflächen 1 bzw. 2

Vergleich der Leistungen von Hubkolben- und Kreiselpumpen als $f(n)$

Parameter	Hubkolbenpumpen	Kreiselpumpen
Förderstrom	$\dot{V} \propto n$	$\dot{V} \propto n$
Förderhöhe	$h = \text{const.}$	$h \propto n^2$ (Fliehkraft)
Pumpenleistung	$P \propto n$	$P \propto n^3$

mit $P = \dfrac{\rho \cdot g \cdot h \cdot \dot{V}}{\eta}$

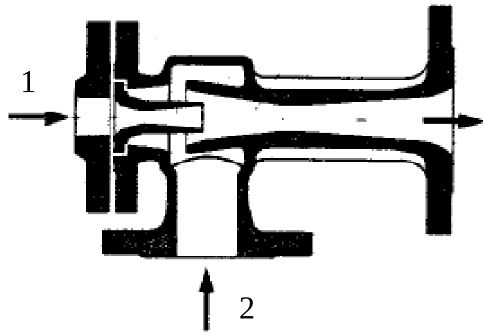
Kennlinienfeld einer Kreiselpumpe



→ optimale Betriebsbedingungen im schraffierten Bereich: $f(Y, \dot{V}, n, \eta)$

3.5.5 Treibmittelpumpen

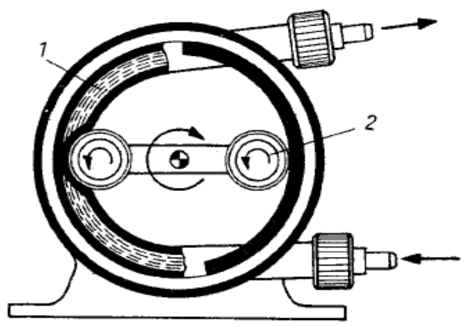
Dampfstrahlpumpen



- analog zur Venturi-Düse entsteht am Anschluss 2 ein niedriger statischer Druck, der ein Ansaugen ermöglicht
- Betrieb mit Hochdruckwasserdampf am Anschluss 1, der meist einen Druck von 0,2-1,6 MPa besitzt
- wird in Kombination mit Wasserringpumpe als Vorvakuumpumpe (p < 15 mbar) verwendet

3.5.6 Umlaufkolbenpumpen

Dosierschlauchpumpen



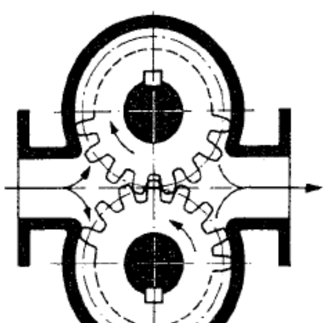
- umlaufende Rollen (2) wirken als Verdrängerorgan
- keine Dichtungsprobleme im eingedrückten Schlauch (1), jedoch kleiner Druckstoß
- über Drehzahl regulierbarer Förderstrom

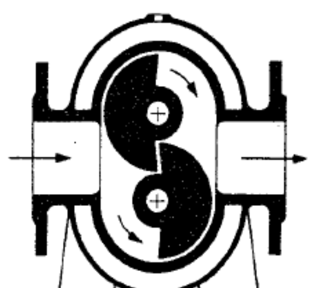
  → moderne Chemiepumpe

Zahnradpumpen

- zwischen den Zähnen eingeschlossenes Flüssigkeitsvolumen (s.u., links) kann gegen einen Druck von 20 MPa gefördert werden
- in ihrer Umkehrung können diese Pumpen auch zur Messung von Volumenströmen genutzt werden

https://michael-





4. Wärmetransport

Ziel

- Transport von Wärmeenergie zum Beheizen oder Kühlen z.B. beim Verdampfen, Rektifizieren, Trocknen, Kristallisieren etc.

Mechanismen des Wärmetransportes

1) Wärmeleitung
- Impulsaustausch zwischen schwingenden Atomen eines Stoffes
- große Bedeutung bei Stoffen hoher Packungsdichte, d.h. Feststoffen

2) Konvektion
- Wärmetransport mittels bewegter Fluidschichten
- Unterteilung:
  - Eigenkonvektion durch Dichteunterschiede
  - erzwungene Konvektion durch Pumpen

3) Wärmestrahlung
- Wärmetransport durch gasgefüllten oder leeren Raum mittels Infrarotstrahlung ($\lambda = 0{,}8$ - $5{,}0$ µm)
- hoher Anteil bei $T > 700$ K

Zeitverhalten des Temperaturgefälles ΔT als Triebkraft des Wärmetransportes

- stationärer Fall: während des Wärmetransportes bleibt die Temperaturdifferenz ΔT zwischen den betrachteten Raumpunkten x_i konstant, d.h.

$$\Delta T = f(x) = \text{const.}\,; \qquad \Delta T \neq f(t)$$

- instationärer Fall: während des Wärmetransportes ist die Temperaturdifferenz ΔT zwischen den betrachteten Raumpunkten x_i eine Funktion der Zeit t, d.h.

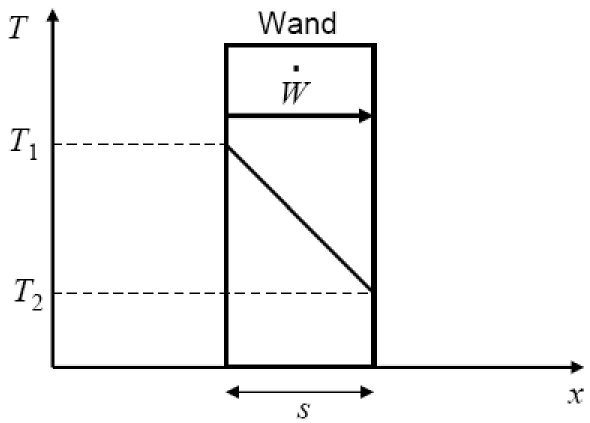
$$\Delta T = f(x, t) \neq \text{const.}$$

4.1 Wärmeleitung

Vorgang

- Wärmeleitung durch eine feste und homogene Wand mit $\Delta T = f(x)$

Schema



mit Wandtemperaturen T_1 und T_2, Wandstärke s sowie Wandfläche A

Wärmestrom

- Wärmemenge pro Zeit

$$\dot{W} = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{ds} \qquad \text{1. Fouriersches Gesetz}$$

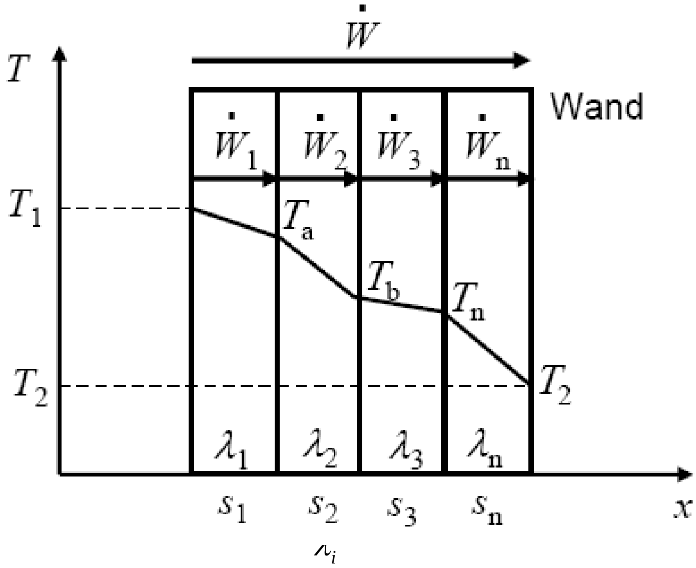
Gradienten-schreibweise

Wärmeleitkoeffizient λ

- auch Wärmeleitfähigkeit oder Wärmeleitzahl genannt
- tabellierte stoffspezifische Größe
- Beispiele:

Stoff	λ in W/mK
Kupfer	384
Aluminium	204
Glas	1
org. Flüssigkeit	0,2
Gase	0,01 … 0,05

Spezialfall: Wärmeleitung in mehrschichtiger Wand



- Berechnungsprinzip:

  Reihenschaltung der W

  Wärmeverluste und -quellen zwischen den Wandsegmenten gibt

$$\rightarrow \quad \dot{W} = \dot{W}_1 = \dot{W}_2 = \dot{W}_3 = \dot{W}_n$$

Beiträge der Wandsegmente:

$$(T_1 - T_a) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1}$$

$$(T_a - T_b) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{s_2}{\lambda_2} \qquad \ldots\ldots \text{ bis } T_{n-1}$$

$$(T_n - T_2) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{s_n}{\lambda_n}$$

Summe: $$(T_1 - T_2) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda i}$$

$$\rightarrow \quad \dot{W} = A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{\lambda i}}$$

Spezialfall: Wärmeleitung

durch gekrümmte Rohrwand

- Berechnungsprinzip:

a) klassischer Ansatz

$$\dot{W} = \lambda \cdot \frac{2\pi \cdot r_m \cdot l}{(r_a - r_i)} \cdot (T_1 - T_2)$$ mit mittlerem Radius r_m und $A = 2\pi \cdot r_m \cdot l$

b) Gradientenschreibweise

$$\dot{W} = -\lambda \; 2\pi \, r \, l \, \frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad \int_{ri}^{ra} \frac{dr}{r} = -\frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot l}{\dot{W}} \int_{T1}^{T2} dT$$

bzw. $$\ln(r_a) - \ln(r_i) = \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = -\frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot l}{\dot{W}} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\rightarrow \quad \dot{W} = \lambda \, \frac{2\pi \cdot l}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \cdot (T_1 - T_2)$$

Bestimmung des mittleren Radius r_m durch Gegenüberstellung der Resultate der Ansätze a) und b) liefert:

$$r_m = \frac{r_a - r_i}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$$ mittlerer logarithmischer Radius

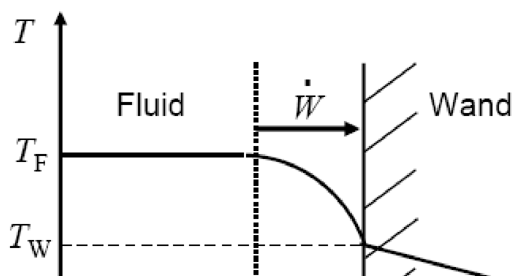
4.2 Wärmeübergang

Vorgang

- Wärmetransport zwischen einer fluiden Phase und einer festen Wand mit $\Delta T = f(x)$

Schema

https://michael-hunge



→ Wärmestrom wird vom Wärmeübergang in der Prandtlschen Grenzschicht bestimmt

$$\dot{W} = \alpha \cdot A \cdot (T_F - T_W) \qquad \text{mit Wärmeübergangszahl } \alpha$$

Beispiele für Wärmeübergangszahl α:

Fluid	α in W/m^{2}K
Luft (1 bar)	8 … 80
Wasser (298 K)	100 … 8000

Kennzahlen zur Beschreibung des Wärmeüberganges

1) Nusselt-Zahl:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} \quad \text{erlaubt Bestimmung von } \alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

Wärmetransport durch Wärmeübergang / Wärmetransport durch Wärmeleitung

2) Prandtl-Zahl:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} \qquad \text{mit Temperaturleitzahl } a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

innere Reibung / Wärmetransport durch Wärmeleitung

3) Reynolds-Zahl:

$$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot d}{\nu}$$ beschreibt Strömungsart (s.o.)

4) Grashof-Zahl:

$$\mathrm{Gr} = \frac{l^3 \cdot g \cdot \gamma \cdot \Delta T}{\nu^2}$$ mit Volumenausdehnungszahl γ

thermisch bedingte Auftriebskraft / innere Trägheitskraft

$$\gamma \Delta T = \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} = \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

<u>allgemeine Form der Kriteriengleichungen für den Wärmeübergang</u>

- Wärmeübergang bei erzwungener Strömung (Pumpe)

$C = \mathrm{Nu} \cdot \mathrm{Re}^{-m} \cdot \mathrm{Pr}^{-n}$ bzw. $\mathrm{Nu} = C \cdot \mathrm{Re}^{m} \cdot \mathrm{Pr}^{n}$

- Wärmeübergang bei freier Konvektion

$C = \mathrm{Nu} \cdot \mathrm{Gr}^{-} \cdot \mathrm{Pr}^{-n}$ bzw. $\mathrm{Nu} = C \cdot \mathrm{Gr}^{m} \cdot \mathrm{Pr}^{n}$

<u>*Beispiele für Kriteriengleichungen zur Bestimmung* von Nu und α</u>

- siehe VDI-Atlas Wärmetauscher (Verband Deutscher Ingenieure)

a) erzwungene Strömung

Vorgang	Kriteriengleichung	Bedingungen
Fluide im geraden Rohr	$\mathrm{Nu} = 0{,}023\ \mathrm{Re}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{0,43}$	$\mathrm{Re} > 10000$ $\mathrm{Pr} = 0{,}6 \ldots 2500$

b) freie Konvektion

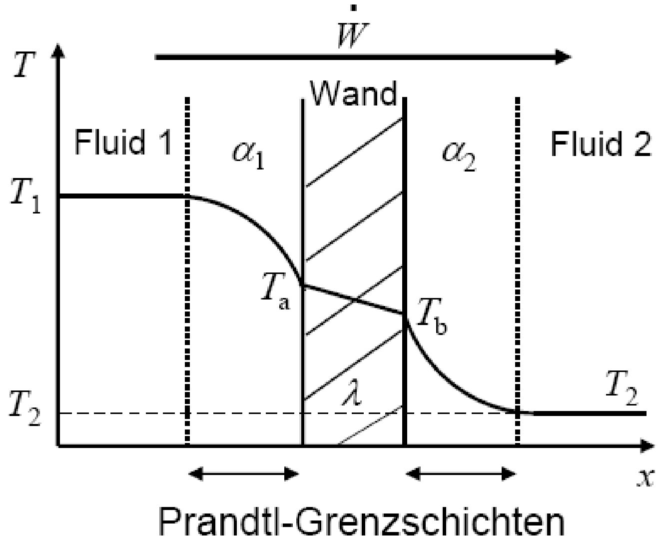
Vorgang	Kriteriengleichung	Bedingungen
Fluide an senk-rechter Wand	$\mathrm{Nu} = 0{,}5$ $\mathrm{Nu} = 1{,}18\ (\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr})^{0,125}$	$\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr} < 10^{-3}$ $\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr} = 10^{-3} \ldots 10^{3}$

4.3 Wärmedurchgang

<u>Vorgang</u>

- Wärmetransport von einem Fluid 1 durch eine feste Wand zu einem Fluid 2 mit $\Delta T = f(x)$

Schema



wobei $\dot{W} = k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$ mit Wärmedurchgangszahl k

- Berechnungsprinzip:

Reihenschaltung der beiden Wärmeübergänge und der Wärmeleitung in der festen Wand analog zu mehrschichtiger Wand

$$(T_1 - T_a) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_1}$$

$$(T_a - T_b) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{s}{\lambda}$$

$$(T_b - T_2) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_2}$$

Summe: $(T_1 - T_2) = \frac{\dot{W}}{A} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)$

$$\rightarrow \quad \dot{W} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)} A \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{bzw.} \quad k = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)}$$

4.4 Wärmestrahlung

Vorgang

- Wärmetransport mittels Abstrahlung elektromagnetischer Wellen vorwiegend im infraroten Bereich mit $\Delta T = f(x)$

Stefan-Boltzmann-Gesetz

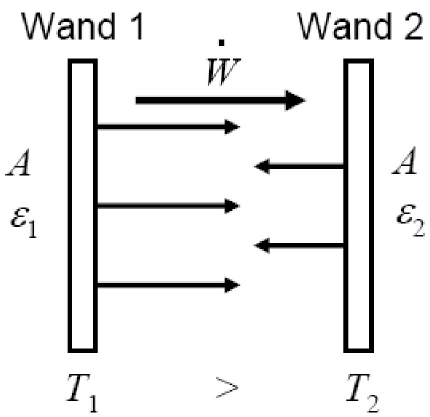
- abgestrahlte Energiemenge pro Fläche und Zeit

$E_s = C_s \cdot T^4$ mit Temperatur T in Kelvin

Stefan-Boltzmann-Konstante C_s (auch Strahlungszahl genannt), wobei

$$C_s = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$$

Wärmetransport mittels Wärmestrahlung zwischen zwei Wänden



$$\dot{W} = C \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

mit Strahlungsaustauschkoeffizient C

$$C = \frac{C_s}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 1\right)}$$ (s. Bockhardt, S. 214)

wobei ε_i die Schwärzegrade bzw. Absorptionszahlen sind

Beispiele, gültig für $T = 500 \ldots 900$ K:

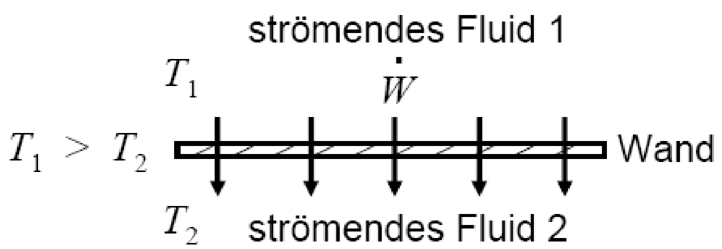
Material	ε_i- Werte
Kupfer, poliert	0,02

Kupfer oxidiert	0,6-0,9
Ziegel	0,9
Schwarzkörper (Lampenruß)	1,0

4.5 Auslegung von Wärmetauschern

Vorgang

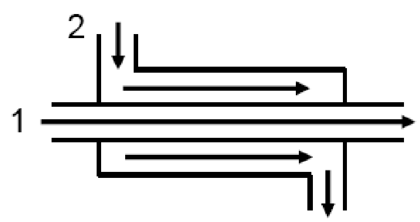
- stationärer Wärmetransport durch eine Wand zwischen zwei strömenden Fluiden 1 und 2 mit $\Delta T = f(x)$



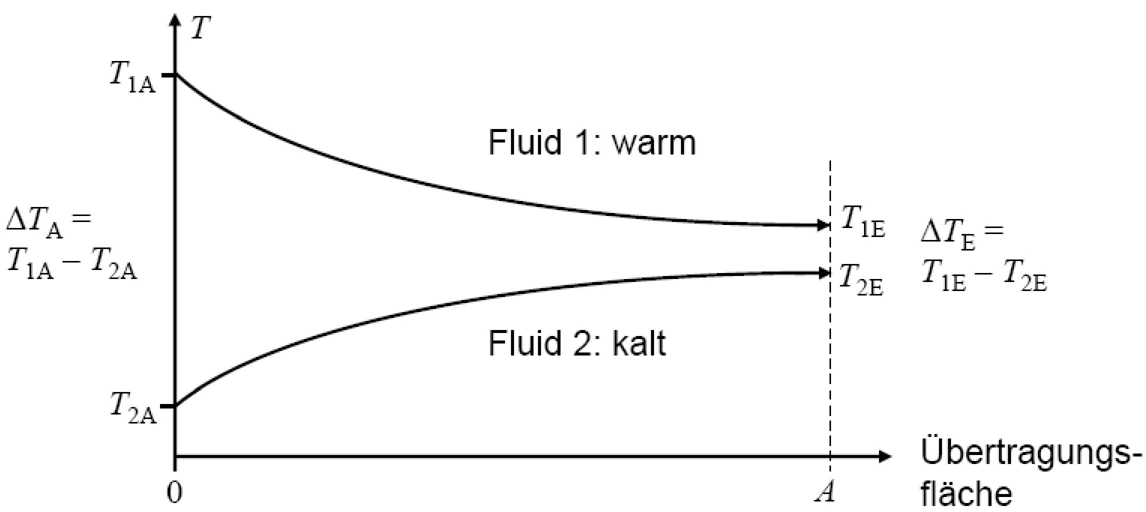
4.5.1 Gleichstromwärmetauscher

Prinzip

- Fluide 1 und 2 strömen in der gleichen Richtung



T, A-Diagramm



htt

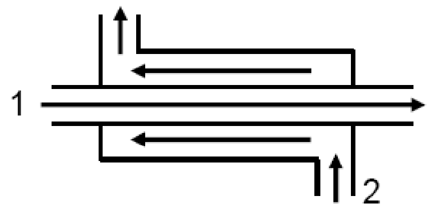
- Temperaturdifferenz ΔT strebt Richtung Wärmetauscherausgang (zunehmende Übertragungsfläche A) gegen Null, kann aber nicht zu Null werden

$$\rightarrow \quad T_{2E} < T_{1E}$$

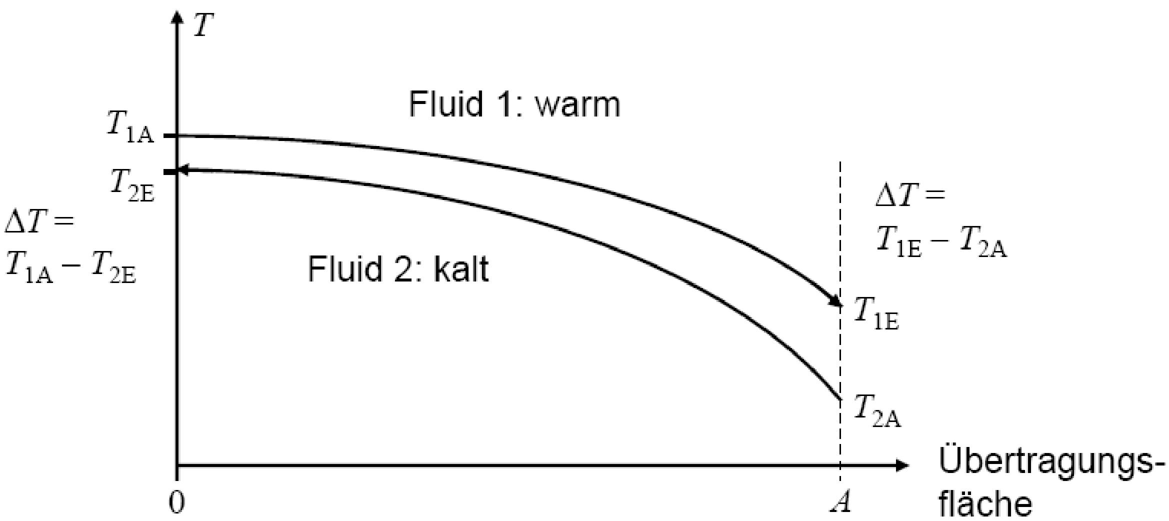
4.5.2 Gegenstromwärmetauscher

Prinzip

- Fluide 1 und 2 strömen in entgegengesetzter Richtung



T, A-Diagramm



$$\rightarrow \quad T_{2E} > T_{1E}$$

4.5.3 Berechnung des Wärmestromes in Wärmetauschern

Ansatz

- analog zum Wärmedurchgang (Seite 79)

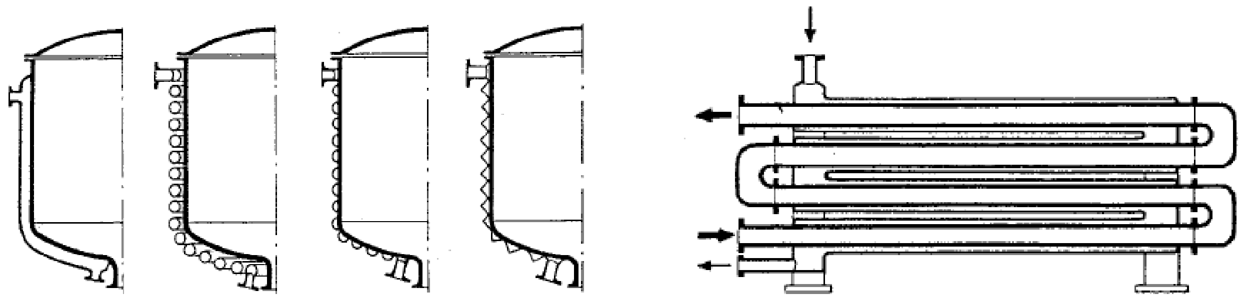
$\rightarrow$ $\dot{W} = k \cdot A \cdot \Delta T_\mathrm{m}$ mit mittlerer Temperaturdifferenz

ΔT_m unter Verwendung eines mittleren logarithmischen Wertes

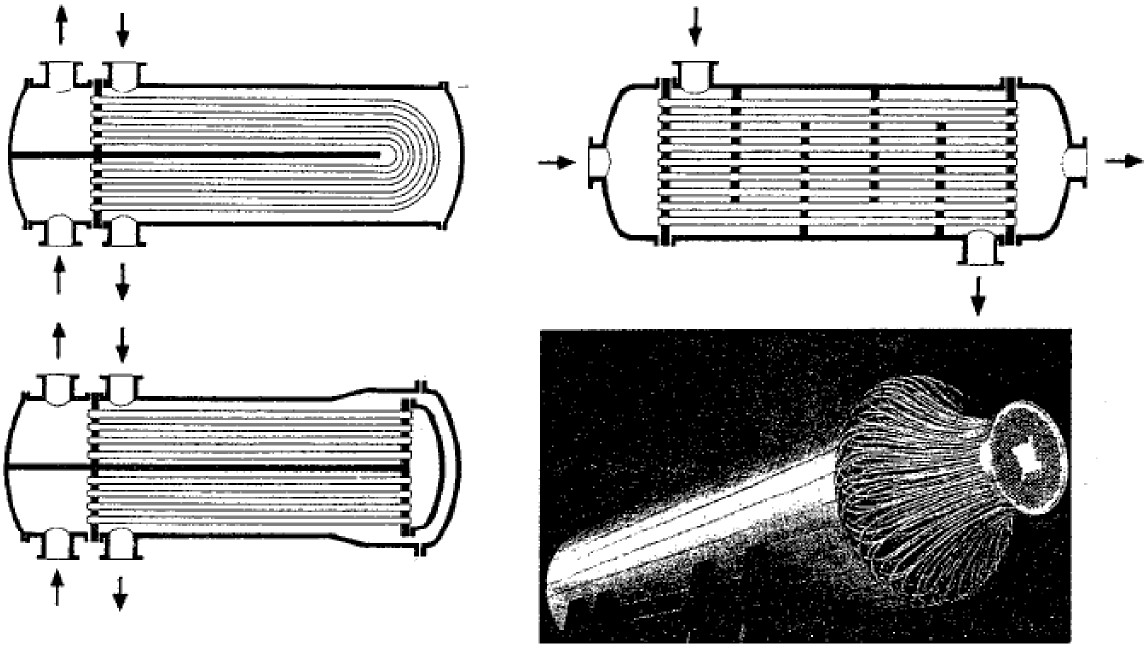
(analog zu r_m auf Seite 77) $\Delta T_\mathrm{m} = \dfrac{\Delta T_A - \Delta T_E}{\ln\left(\dfrac{\Delta T_A}{\Delta T_E}\right)}$

4.6 Bauformen von Wärmetauschern

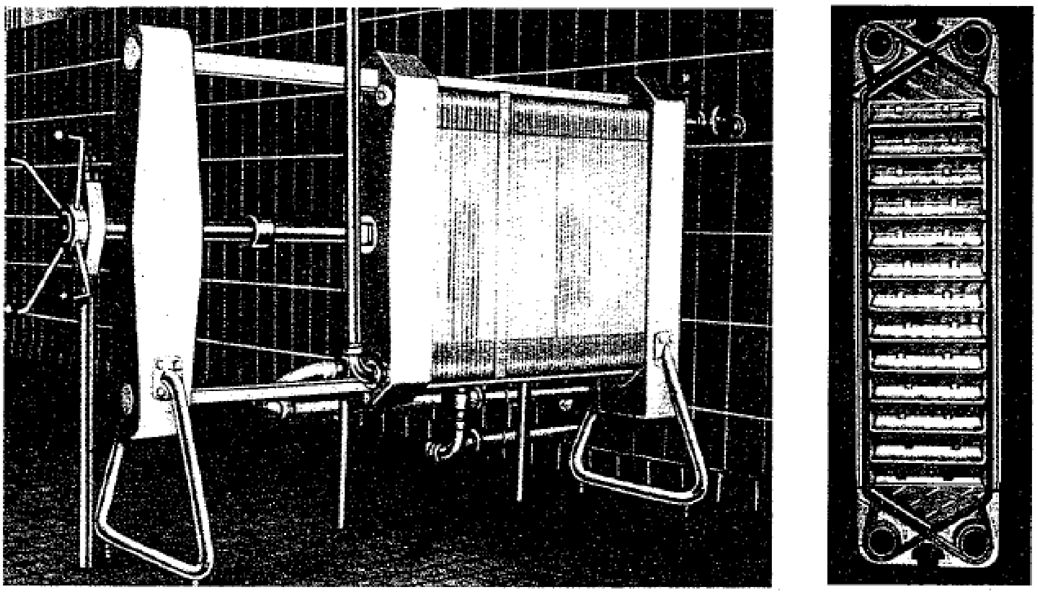
Mantelwärmetauscher (links) und Doppelrohrwärmetauscher (rechts)



Rohrbündelwärmetauscher



Plattenwärmetauscher



Übungsaufgaben 14 und 15

(erste Juni-Woche)

5. Thermische Trennverfahren

Ziel

- Trennung von Flüssigkeitsgemischen unter Nutzung unterschiedlicher Molanteile der Komponenten in der Flüssig- und Dampfphase

Annahmen

- Betrachtung von Zweikomponentengemischen A + B
- A ist die tiefersiedende Komponente (d.h. zuerst verdampfend) und wird daher in den Graphiken dargestellt

5.1 Phasengleichgewichte

5.1.1 Ideale Gemische

Eigenschaften

- ineinander lösliche Komponenten
- Intermolekularwechselwirkungen der reinen Komponenten A und B entsprechen denen in der Mischung A + B

  → keine Volumenänderungen und keine Wärmeeffekte bei einer Vermischung

Dampfdruck p über Flüssigkeiten

- Dalton-Gesetz:

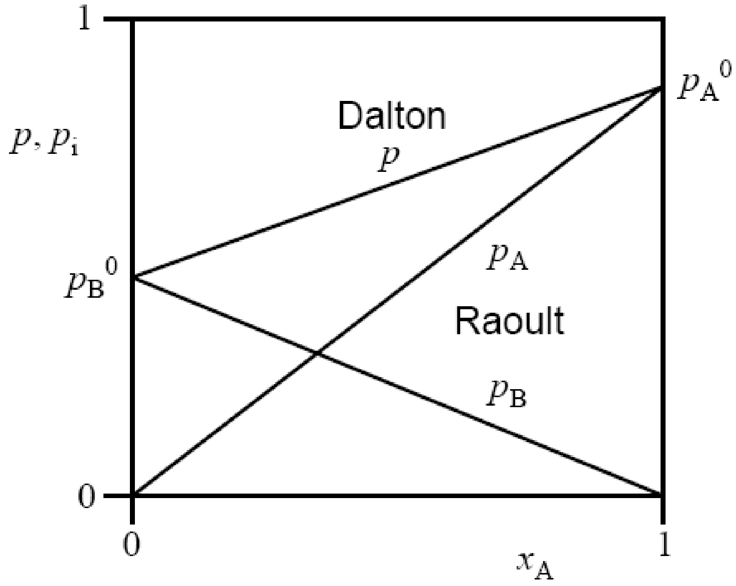
  $$p = \sum_i p_i = p_A + p_B$$ mit Gesamtdruck p und Partialdruck p_i

- Raoult-Gesetz:

  $$p_i = x_i \cdot p_i^0$$ oder $$x_i = \frac{p_i}{p_i^0}$$ (Dampfdruckerniedrigung)

  mit Molanteil x_i der Komponente i in der Flüssigkeit und Dampfdruck p_i^0 der reinen Komponente i

Dampfdruck-diagramm



Bestimmung der Flüssigkeit/Dampf-Gleichgewichtskurve für die Komponente A

- Molanteil in der Dampfphase: $y_i = \frac{p_i}{p} = \frac{x_i \cdot p_i^0}{p}$
- Verhältnis beider Komponenten A und B in der Dampfphase:

$$\frac{y_A}{y_B} = \frac{p_A}{p} \cdot \frac{p}{p_B} = \frac{x_A \cdot p_A^0}{x_B \cdot p_B^0} = \frac{x_A}{x_B} \cdot \alpha$$

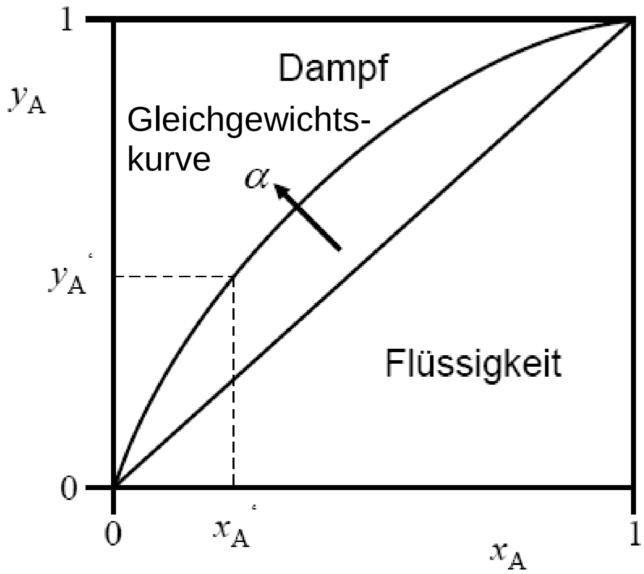
mit der relativen Flüchtigkeit $\alpha = \frac{p_A^0}{p_B^0}$

- mit $x_B = 1 - x_A$ und $y_B = 1 - y_A$ folgt

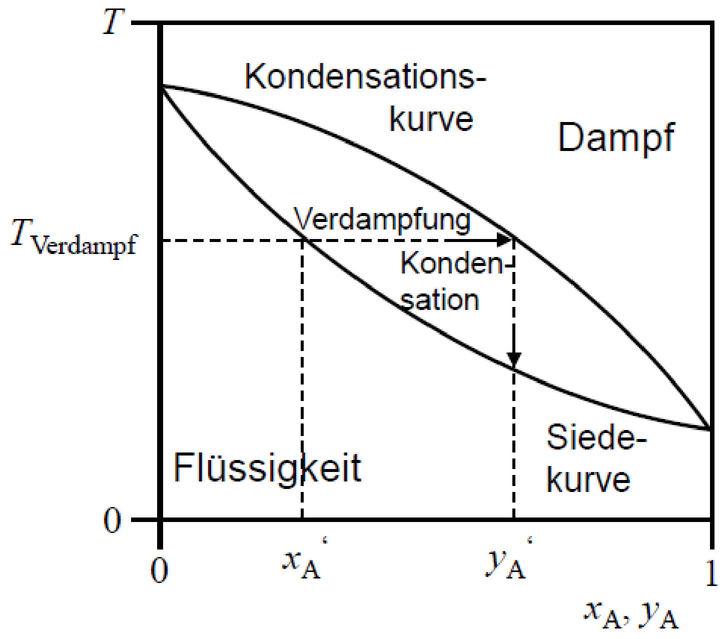
$$\frac{y_A}{1 - y_A} = \frac{x_A}{1 - x_A} \cdot \alpha$$

$\rightarrow \; y_A = \frac{\alpha \cdot x_A}{1 + (\alpha - 1) x_A}$ Gleichgewichtskurve als $f(\alpha)$

Gleichgewichts-diagramm



Siedediagramm



5.1.2 Nichtideale Gemische ineinander löslicher Flüssigkeiten

Eigenschaften

- weichen in ihrem Verhalten vom Raoult-Gesetz ab
- unterschiedliche Intermolekularwechselwirkungen zwischen AA, BB und AB

  → messbare Volumenänderungen und Wärmeeffekte bei deren Vermischung

azeotrope Gemische

- ein Azeotrop ist ein Gemisch, bei dem die Molanteile in der Dampf- und Flüssigkeitsphase gleichgroß sind

  → die Gleichgewichtskurve schneidet die Diagonale
- da eine Gemischtrennung mittels Destillation/Rektifikation in diesem Fall nicht möglich ist, wird teilweise eine dritte Komponente hinzugegeben oder der Druck variiert, bis kein Azeotrop vorliegt

Wirkdruck p^*_i

- auch effektiver Druck genannt

$$p^*_i = \gamma_i(x_i) \cdot x_i \cdot p_i^0$$ mit dem Aktivitätskoeffizienten $\gamma_i(x_i)$

- damit folgt der Molanteil y_i in der Dampfphase zu

$$y_i = \frac{\gamma_i(x_i) \cdot x_i \cdot p_i^0}{p}$$

5.1.3 Gemische ineinander unlöslicher Flüssigkeiten

Eigenschaften

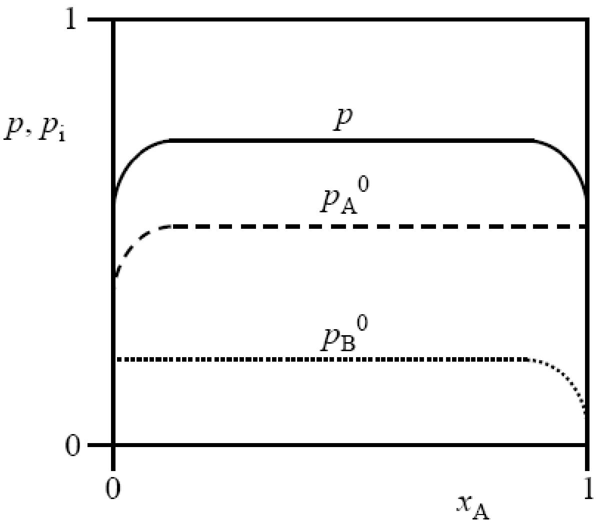
- jede Komponente verhält sich über große Bereiche der Gemischzusammensetzung so, als würde sie alleine vorhanden sein

Dampfdrücke und Dampfdruckdiagramm

- nach Dalton-Gesetz gilt

$$p = p_A^0 + p_B^0$$

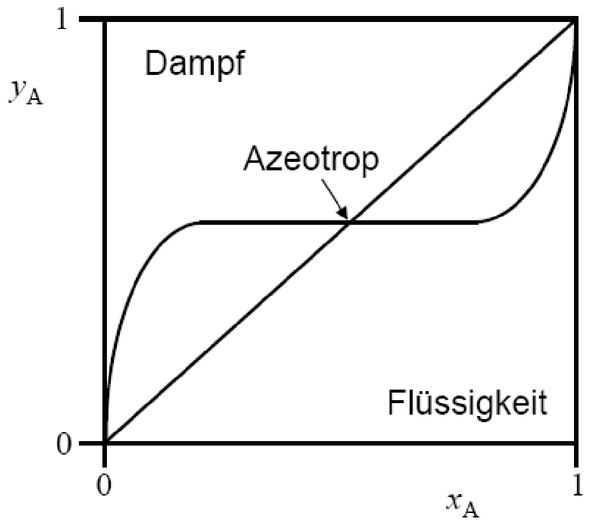
- bei kleinen x_A- und x_B-Werten gibt es Bereiche begrenzter Durchmischung



Molanteile in der Dampfphase und Gleichgewichtsdiagramm

- nach allgemeiner Definition gilt

$$y_A = \frac{p_A^0}{p} \quad \text{und} \quad y_B = \frac{p_B^0}{p}$$



siehe Übersicht zu Dampfdruckdiagrammen, Siedediagrammen, Gleichgewichtsdiagrammen und Diagrammen des Aktivitäts-koeffizienten für ideale und reale Gemische auf Seite 115

5.2 Stofftransport über Phasengrenzen

Mechanismen des Stofftransportes

1) Diffusion

- 1. Ficksches Gesetz $\dot{n}_i = -D \cdot A \cdot \frac{dc_i}{dz}$ (D: Diffusionskoeffizient)

2) Konvektion

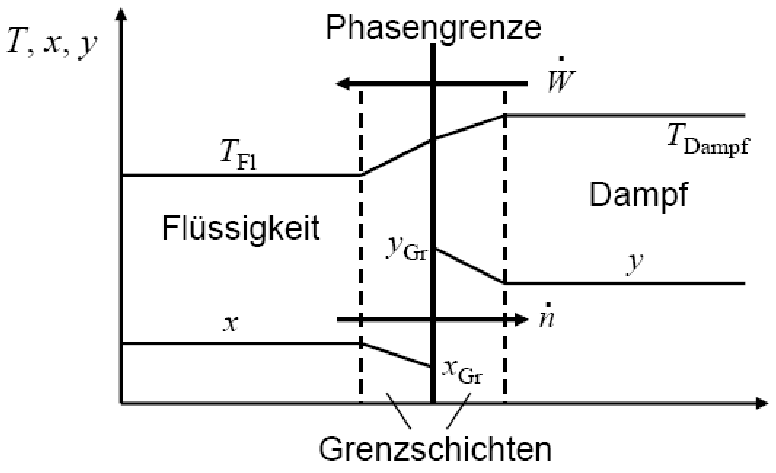
- Stofftransport mittels bewegter Fluidschichten
- Unterteilung:
  - Eigenkonvektion durch Dichteunterschiede
  - erzwungene Konvektion durch Pumpen

3) Stoffübergang

- an Phasengrenzschicht zur Einstellung des Flüssigkeits-Dampf-Gleichgewichtes

Modell für den Stoffübergang

- „Whitman's two film theory“



- Triebkräfte des Stoffstromes $\dot{n}$:

$(x - x_{Gr})$ und $(y_{Gr} - y)$ wobei Gr: Phasengrenze

- Bestimmung des Stoffstromes $\dot{n}$ über eine Phasengrenze:

$\dot{n} = \beta \cdot A \cdot \Delta c$ mit Stoffübergangszahl β,
Fläche A der Phasengrenze,
Konzentrationsdifferenz Δc
zwischen den beiden Phasen

5.2.1 Bestimmung der Stoffübergangszahl

Ansatz

- mittels Ähnlichkeitstheorie, analog zum Wärmeübergang

Kennzahlen zur Beschreibung des Stoffüberganges

1) Sherwood-Zahl:

$\mathrm{Sh} = \frac{\beta \cdot l}{D}$ erlaubt Bestimmung von β $\rightarrow \beta = \frac{Sh \cdot D}{l}$

Stoffübergangsstrom / Diffusionsstrom

(analog zur Nusselt-Zahl mit β anstelle von α und D anstelle von λ)

2) Schmidt-Zahl:

$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D}$ analog zur Prandtl-Zahl

innere Reibung / Diffusionsstrom

3) Reynolds-Zahl

$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot l}{\nu}$ beschreibt Strömungsart (s.o.)

allgemeine Form der Kriteriengleichung für den Stoffübergang

$\rightarrow$ $C = \mathrm{Sh} \cdot \mathrm{Re}^{-m} \cdot \mathrm{Sc}^{-n}$ bzw. $\mathrm{Sh} = C \cdot \mathrm{Re}^{m} \cdot \mathrm{Sc}^{n}$

Beispiel für die o.g. Kriteriengleichung

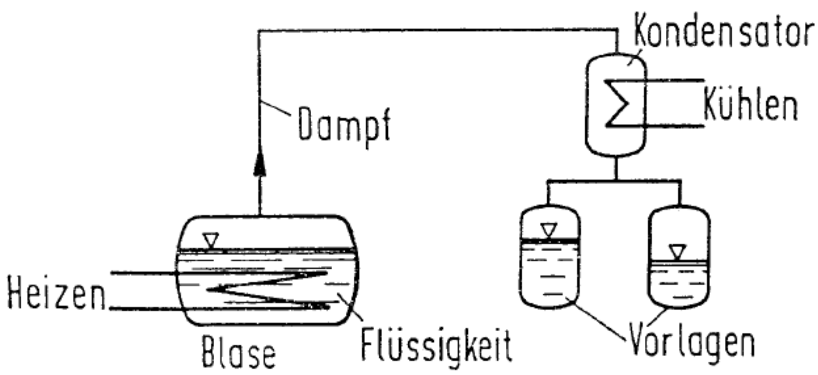
- Verdunstung oder Absorption an einem Rieselfilm bei Strömungen mit $100 < Re < 10000$:

$$\rightarrow \qquad Sh = 0{,}027\ Re^{0{,}8} \cdot Sc^{0{,}33}$$

5.3 Destillation und Rektifikation

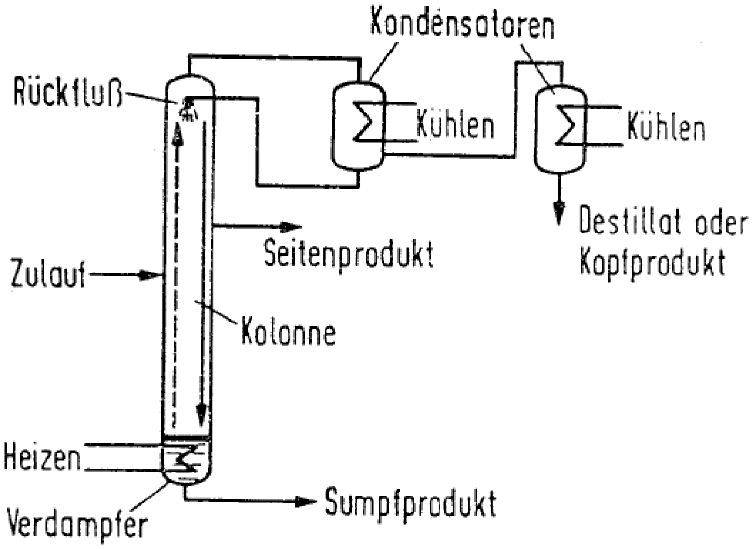
Destillation

- Trennung von Flüssigkeitsgemischen durch einmalige Verdampfung, d.h. einmalige Einstellung des Flüssigkeit/Dampf-Gleichgewichtes



Rektifikation

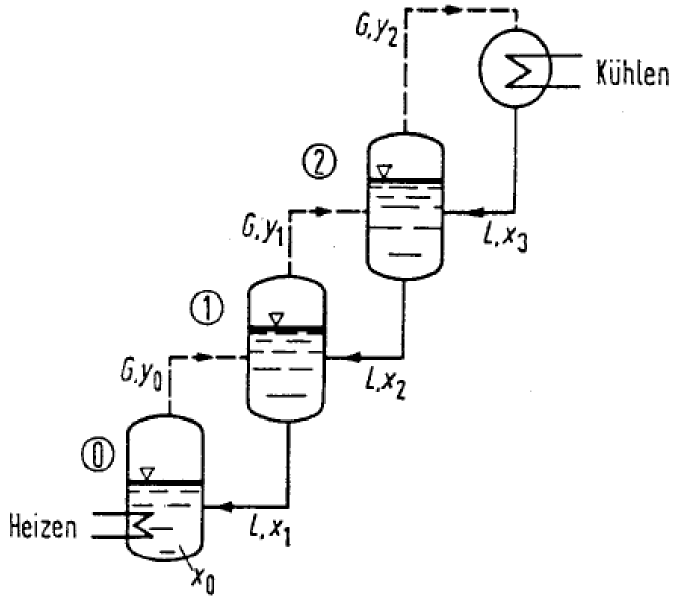
- Mehrfachdestillation, bei der der Dampf und die Flüssigkeit im Gegenstrom geführt werden und ein ständiger Stoff- und Wärmeaustausch stattfinden kann (besonders auf Kolonnenböden)



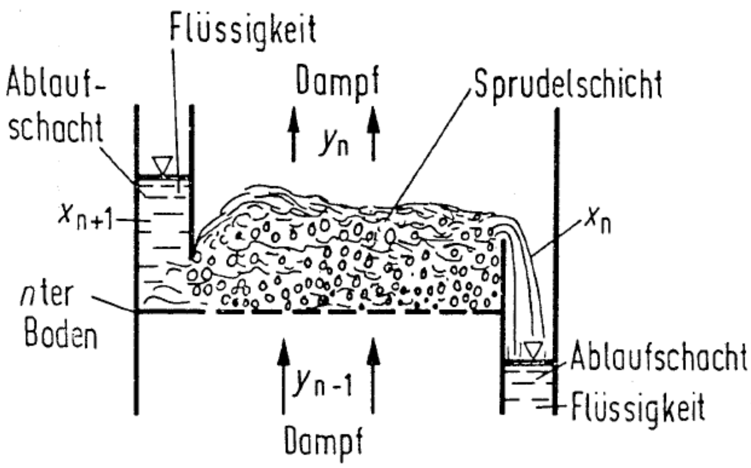
5.3.1 Kontinuierliche Zweistoff-Rektifikation mit vollständigem Rücklauf

Vorgang

- mehrstufige Destillation, bei der das gesamt Kopfprodukt (L, x_3) in die Kolonne zurück gegeben wird



- auf jedem Kolonnenboden stellt sich das Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampfphase ein (z.B. auf dem n-ten Boden):



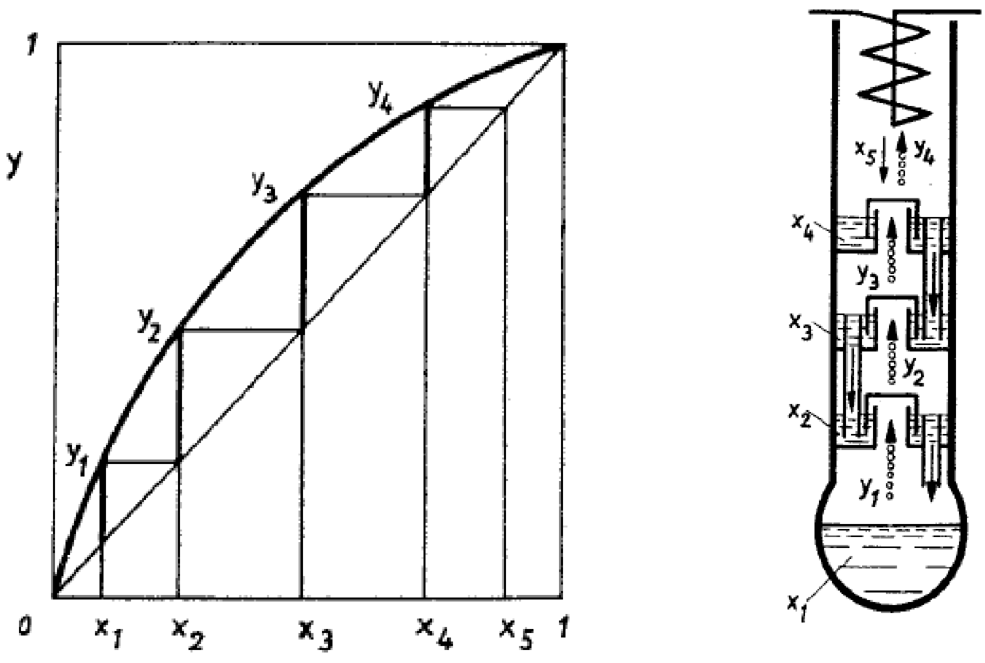
Dampf, der vom (n-1)-ten zum n-ten Boden aufsteigt	**< = >**	Flüssigkeit, die vom n-ten zum (n-1)-ten Boden abfließt

bzw. $$y_{n-1} = x_n$$

$$y_n = x_{n+1}$$

Gleichgewichtseinstellungen im Thiele-McCabe-Diagramm

- jeder Boden bzw. jede Gleichgewichtseinstellung wird als Stufe zwischen der Diagonalen und der Gleichgewichtskurve eingezeichnet



Konsequenz

1) Anreicherung im Dampf entspricht den vertikalen Abschnitten zwischen der Diagonale und der Gleichgewichtskurve
2) Kondensation des Dampfes entspricht den horizontalen Abschnitten

→ die Gesamtanreicherung ist die Summe der Anreicherungen (vertikale Abschnitte) auf allen Böden (auch Kolonnenabschnitte), d.h. sie ist von der Anzahl der Trennstufen abhängig

Bestimmung der Anzahl der Trennstufen

a) graphische Methode:

- Einzeichnen der theoretisch möglichen Gleichgewichtseinstellungen (Stufen zwischen Diagonale und Gleichgewichtskurve)

b) Berechnung der Gleichgewichtseinstellungen auf n Trennstufen unter Verwendung der relativen Flüchtigkeit α:

- mit (Seite 86) $$\frac{y_n}{1-y_n} = \frac{x_n}{1-x_n} \cdot \alpha$$

  und (Seite 92, unten) $x_n = y_{n-1}$ folgt

$$\frac{y_n}{1-y_n} = \frac{y_{n-1}}{1-y_{n-1}} \cdot \alpha = \{ \frac{x_{n-1}}{1-x_{n-1}} \cdot \alpha \} \cdot \alpha \quad ....$$ bzw.

$$\frac{y_n}{1-y_n} = \frac{x_1}{1-x_1} \cdot \alpha^n$$ für n Stufen

$$\rightarrow \qquad n = \frac{\log\left(\frac{y_n(1-x_1)}{x_1(1-y_n)}\right)}{\log \alpha}$$ Anzahl n der Trennstufen

5.3.2 Kontinuierliche Zweistoff-Rektifikation mit begrenztem Rücklauf

Vorgang

- nur ein Teil des Kopfproduktes (Destillat) wird in die Kolonnen zurückgegeben, d.h. Destillatentnahme am Kopf

5.3.2.1 Einspeisung des Stoffgemisches im Sumpf

Stoffströme am Kolonnenkopf

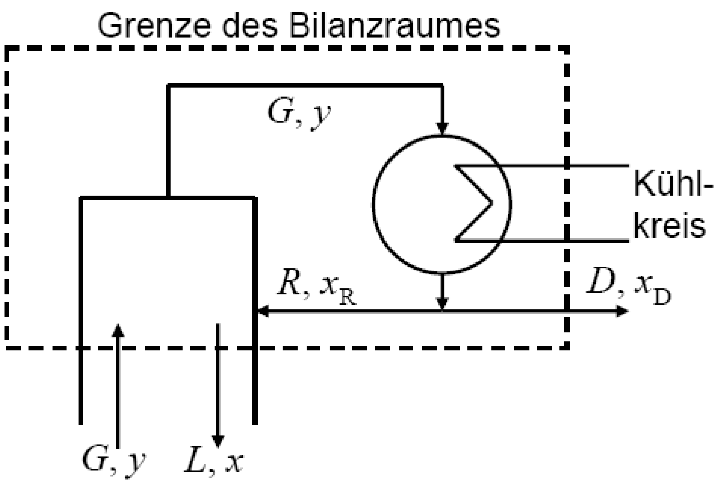
mit Destillatstrom D,

Rücklaufstrom R,

Flüssigkeitsstrom L,

Dampfstrom G und

$R = G - D$



Komponentenbilanz am Kolonnenkopf

- Ansatz: Zustrom = Abstrom

$$G \cdot y = L \cdot x + D \cdot x_D$$

$$\rightarrow y = \frac{L}{G} \cdot x + \frac{D}{G} \cdot x_D$$

- ohne chemische Umsetzungen in Kolonne gilt $L = R$, d.h.

$$\rightarrow y = \frac{R}{G} \cdot x + \frac{D}{G} \cdot x_D$$

Einführung des Rücklaufverhältnisses ν

$$\nu = \frac{Rücklauf}{Destillatmenge} = \frac{R}{D} = \frac{G-D}{D}$$

mit $\nu = \frac{G-D}{D} = \frac{G}{D} - 1$ folgt $\frac{D}{G} = \frac{1}{\nu+1}$ sowie mit $R = \nu \cdot D$

$$\rightarrow \quad y = \frac{\nu}{\nu+1} \cdot x + \frac{1}{\nu+1} \cdot x_D$$

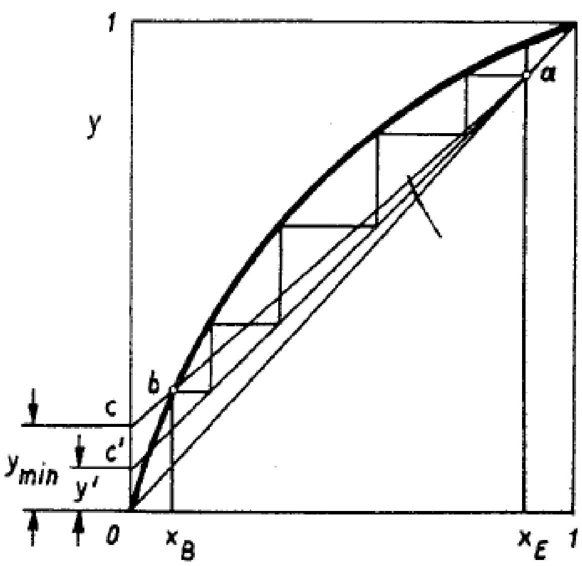
Arbeitsgerade der Rektifikationskolonne

- Steigung:

$$\tan(\beta) = \frac{\nu}{\nu+1}$$

- Ordinatenabschnitt:

$$\frac{1}{\nu_{min}+1} \cdot x_D = y_{min}$$



- die Größe ν_{min} gibt das Mindestrücklaufverhältnis an, bei der Trennung theoretisch noch möglich ist, jedoch bei einer unendlich großen Anzahl von Trennstufen
- in der Praxis gilt deshalb $\nu = k \cdot \nu_{min}$ mit $k > 1$ damit die notwendige Anzahl der Trennstufen endlich wird

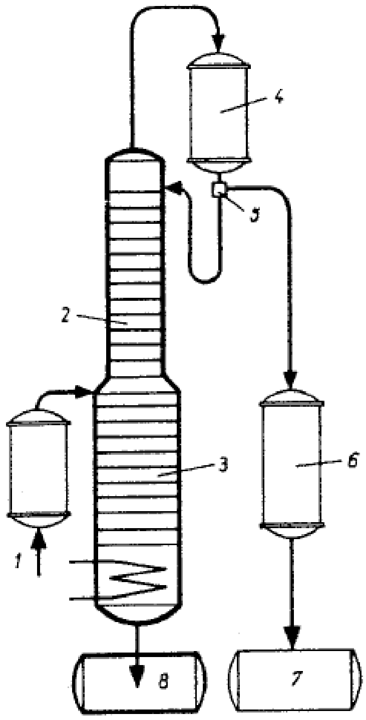
  $\rightarrow$ y_{min} geht über in y'

5.3.2.2 Einspeisung des Stoffgemisches in die Kolonne

Ziel

- optimalere Trennung des Gemisches durch Zugabe des Flüssigkeitsgemisches auf den Boden der Kolonne, der die gleiche Zusammensetzung wie das frische Gemisch hat

(1: Vorwärmer, 2: Verstärkerteil, 3: Abtriebsteil, 4: Kondensator, 5: Rücklaufregler, 6: Kühler, 7: Destillatvorlage, 8: Vorlage Sumpfabzug)



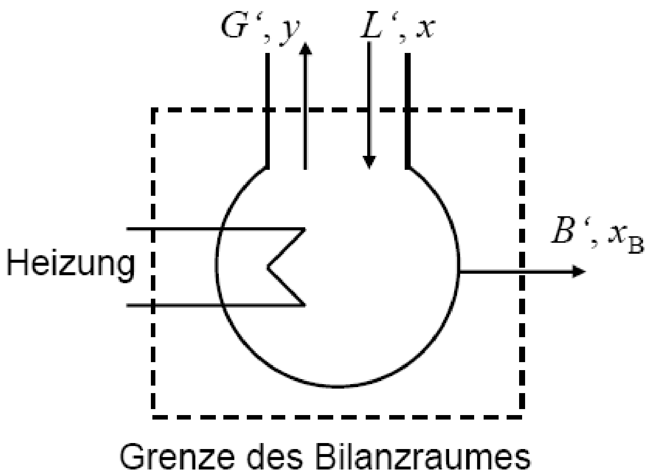
Konsequenz

- Kolonne zerfällt in: oberer Verstärkerteil → Verstärkergerade
  unterer Abtriebsteil → Abtriebsgerade

Stoffströme am Sumpf

mit Sumpfabzug B', Flüssigkeitsstrom L', Dampfstrom G' und

$$L' = G' + B'$$



Komponentenbilanz am Sumpf

- Ansatz: Zustrom = Abstrom

$$L' \cdot x = G' \cdot y + B' \cdot x_B$$

$$\rightarrow y = \frac{L'}{G'} \cdot x - \frac{B'}{G'} \cdot x_B$$

Einführung des Rücklaufverhältnisses ν' für den Abtriebsteil

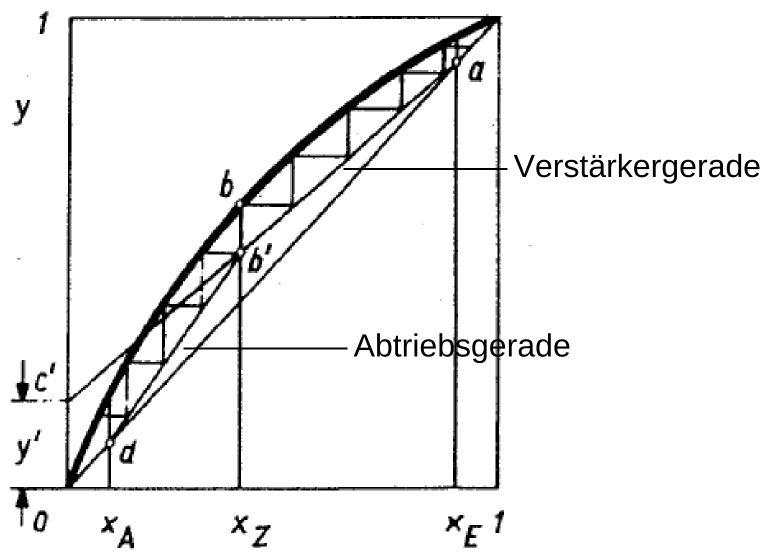
$$\nu' = \frac{Abtriebsflüssigkeitsstrom}{Sumpfabzug} = \frac{L'}{B'}$$

$$\rightarrow y = \frac{\nu'}{\nu'-1} \cdot x - \frac{1}{\nu'-1} \cdot x_B$$ Arbeitsgerade des Abtriebsteiles

Bestimmung der Anzahl der Trennstufen

- beide in Abschnitt 5.3.1 beschriebenen Methoden a) und b)
- mit $\nu' > \nu'_{min}$ wird Punkt b nach b‘ verschoben (siehe unten)

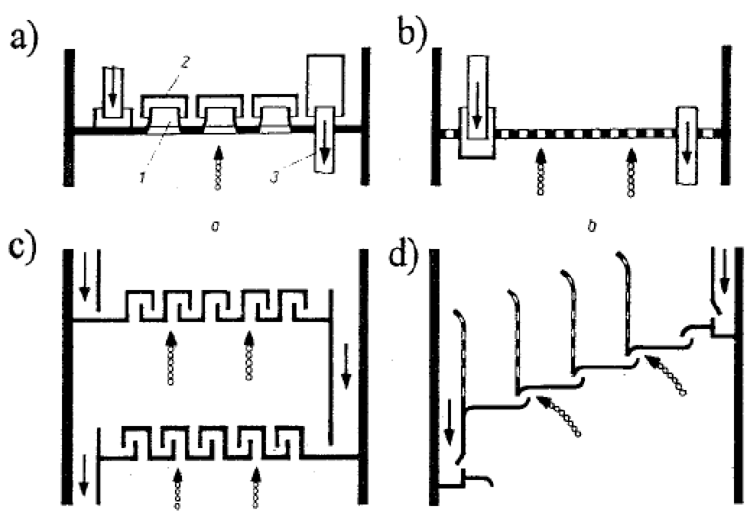
  → realer Rücklauf und Verringerung der Anzahl der notwendigen Trennstufen



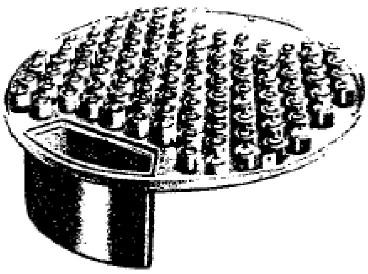
5.3.3 Bauformen von Rektifikationskolonnen

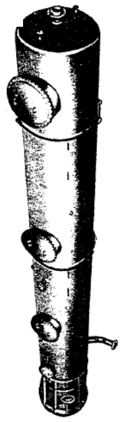
Bodenkolonnen

a) Glockenboden
b) Siebboden
c) S-Boden
d) Koch-Kaskade



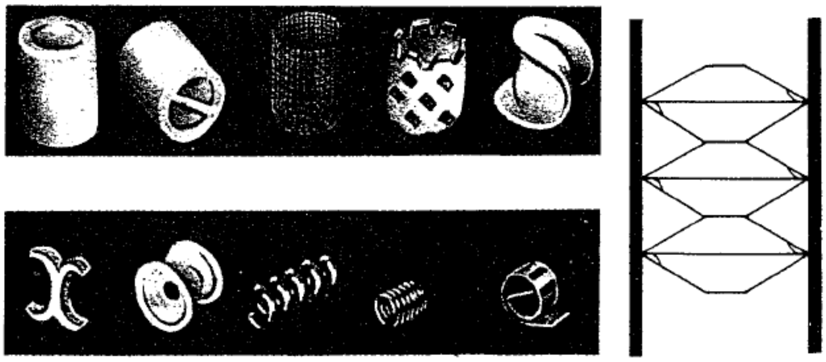
Ansichten eines Glockenbodens (links) und einer Kolonne (rechts)



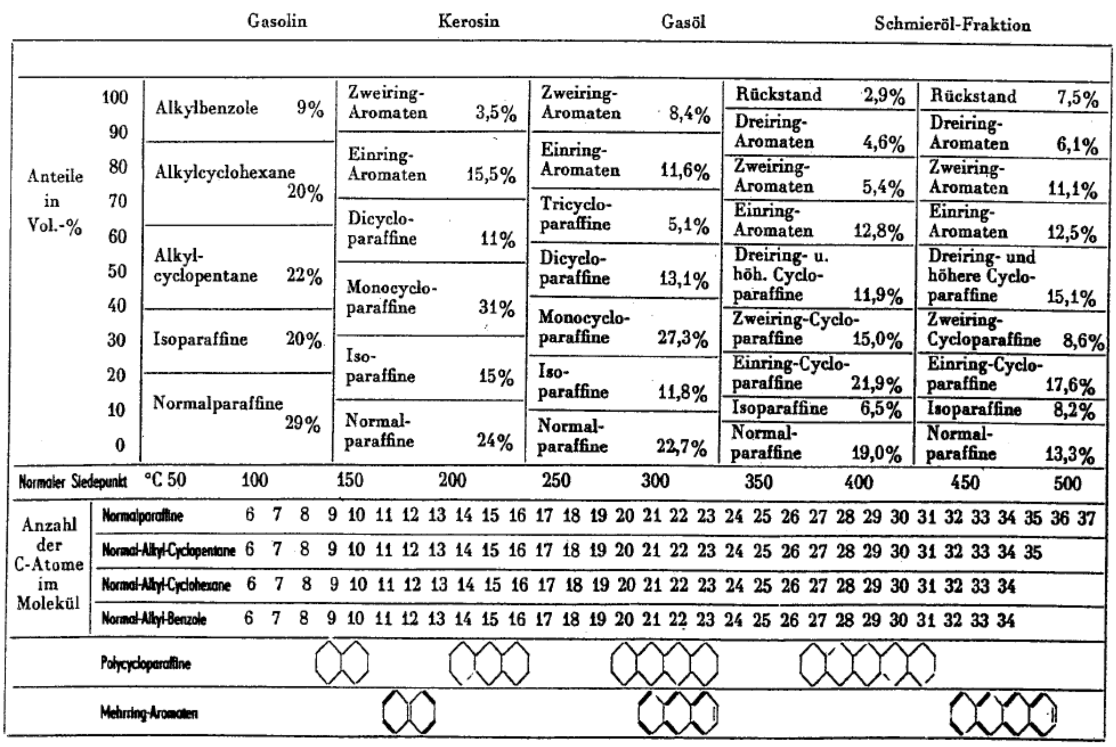


<u>Füllkörperkolonnen</u>

- Kolonnen mit Füllkörpern (s.u.), die eine große Oberfläche für den Stofftransport zwischen Dampf- und Flüssigphase bieten



<u>Abhängigkeit der Destillatzusammensetzung von der Temperatur</u>

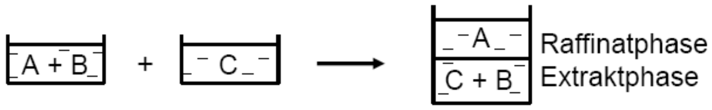


6. Extraktion

6.1 Grundlagen der Extraktion

Ziel

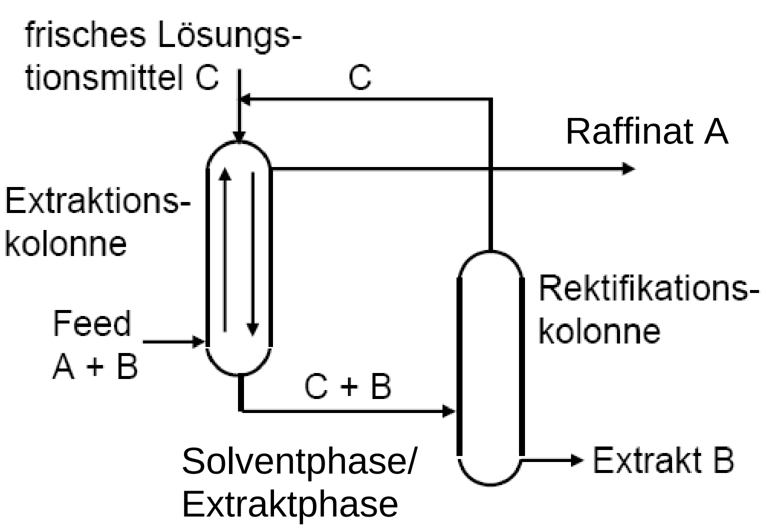
- Abtrennung einer Komponente (Extrakt B) aus einem heterogenen oder homogenen Gemisch (Extraktionsgut A + B, Feed genannt) unter Verwendung eines Lösungsmittels (Extraktionsmittel C)



Anwendungen

Solventextraktion	Feststoffextraktion	Hochdruckextraktion
Trennung azeotroper Gemische oder thermisch instabiler Substanzen → Petrochemie	Extraktgewinnung aus porösen Feststoffen (Auslaugen) → Zuckergewinnung	Abtrennung schwer flüchtiger Stoffe z.B. mit überkritischem CO_2 → Trägerstoffgewinnung, z. B. koffeinfreier Kaffee → Extraktgewinnung, z.B. Aromastoffe

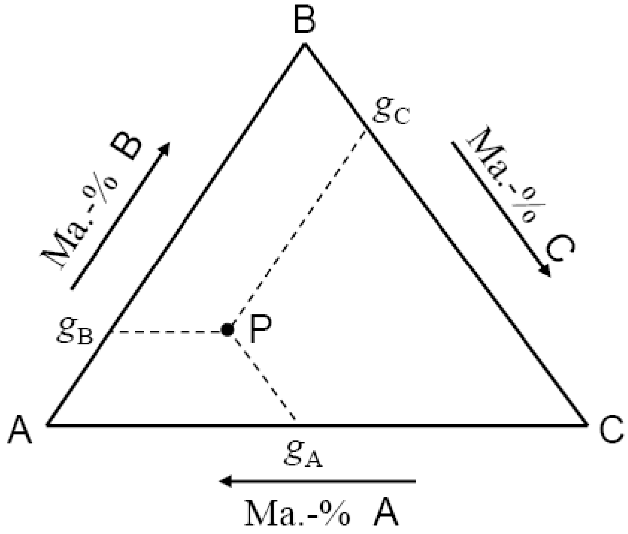
Anlagenschema für die kontinuierlich betriebene Solventextraktion



Darstellung von Dreikomponentengemischen im Dreiecksdiagramm

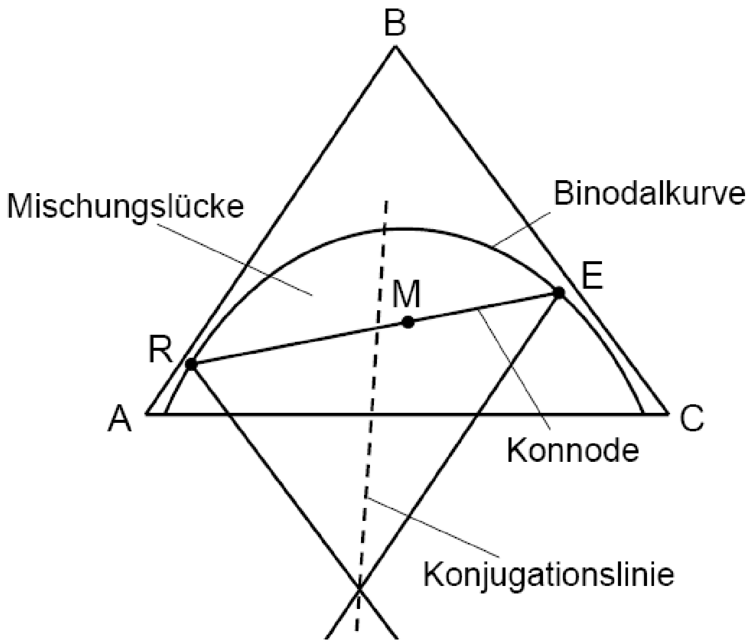
- Ecken: reine Komponenten
- Kanten: Zweistoffgemische
- Punkte P: Gemische aus drei Komponenten mit

  $g_A + g_B + g_C = 100$ Ma.-%



Darstellung von Dreikomponentengemischen mit Mischungslücke

- Gemisch mit Zusammensetzung M zerfällt entlang der Konnode in die zwei Gemische E (Extraktphase) und R (Raffinatphase)
- Konstruktion der Konnode mittels Konjugationslinie und Parallelverschiebungen zu den Kanten BC und AB



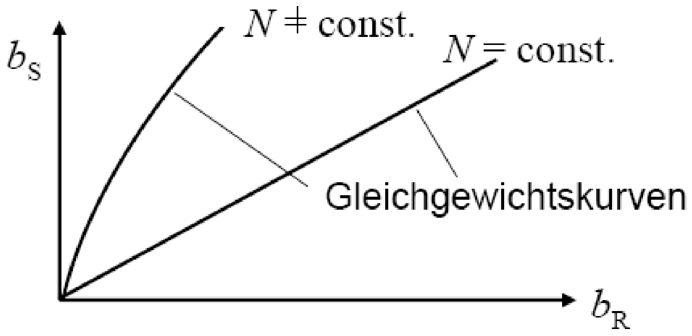
Nernstsches Verteilungsgesetz

- Nernstscher Verteilungskoeffizient N

$$N = \frac{\left(\frac{m_B}{m_C}\right)_{Solvent}}{\left(\frac{m_B}{m_A}\right)_{Raffinat}} = \frac{b_S}{b_R} \rightarrow b_S = N \cdot b_R$$ mit Beladungen b_S und b_R

der Solventphase S und der Raffinatphase R mit Extrakt B

- Beladungsdiagramm

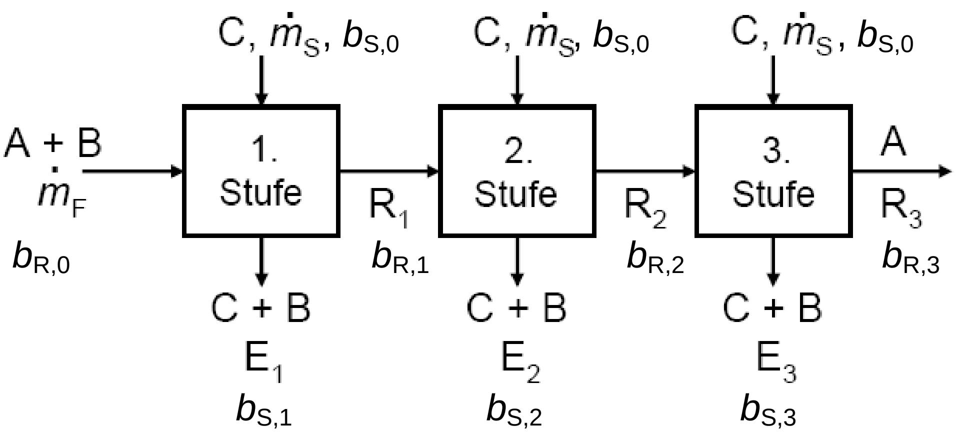


Eigenschaften guter Lösungsmittel C für Solventextraktion

- möglichst hoher Nernstscher Verteilungskoeffizient
- C darf kein oder nur wenig Raffinat A lösen
- große Dichtedifferenz zum Raffinat ($\rho_C \neq \rho_A$)
- keine Emulsionsbildung mit Raffinatphase

6.2 Kreuzstromextraktion

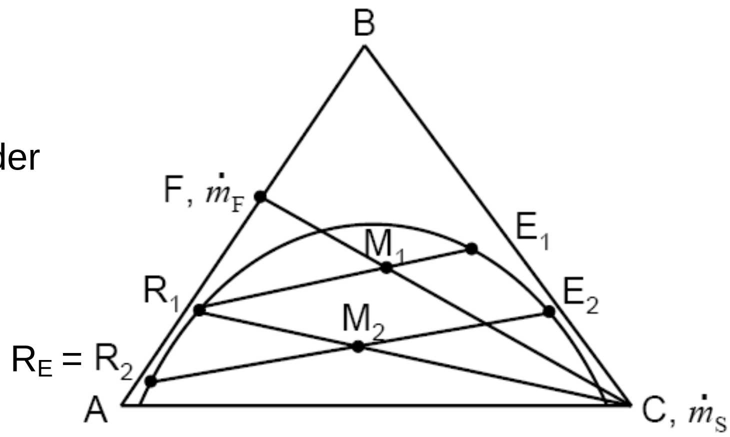
Schema der Extraktionsbatterie



- R_1, R_2 und R_3 sind die Raffinatphasen, die nach den jeweiligen Extraktionsstufen 1, 2 und 3 erhalten werden
- analog für die Extraktphasen E_1, E_2 und E_3

Bestimmung der Extraktionsvorgänge im Dreiecksdiagramm

- gegeben:
  - F (Feed), C, $\dot{m}_F$, $\dot{m}_S$
  - Zusammensetzung der Raffinatphase am Ende (R_E)



1. Stufe:
   - Punkt F für Zusammensetzung des Extraktionsgutes (A + B) eintragen
   - Gerade zwischen F und C (frisch zugeführtes Lösungsmittel) einzeichnen
   - Lage des Mischungspunktes M_1 mit dem Hebelgesetz bestimmen:

$$\dot{m}_F \cdot M_1F = \dot{m}_S \cdot M_1C \quad \text{bzw.} \quad M_1C / M_1F = \dot{m}_F / \dot{m}_S$$

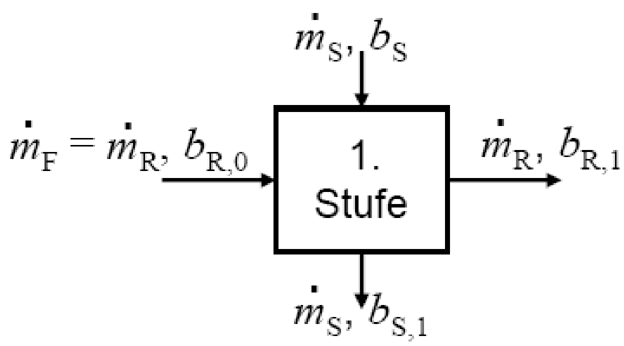
   - Konnode durch M_1 konstruieren und E_1 und R_1 bestimmen
2. Stufe:
   - Gerade zwischen Punkt R1 und C, d.h. dem frisch zugeführten Lösungsmittel, einzeichnen
   - Lage des Mischungspunktes M_2 mit dem Hebelgesetz bestimmen:

$$\dot{m}_{R1} \cdot M_2R_1 = \dot{m}_S \cdot M_2C \quad \text{bzw.} \quad M_2C / M_2R_1 = \dot{m}_{R1} / \dot{m}_S$$

   - Konnode durch M_2 konstruieren und E_2 und R_2 bestimmen usw.

Bestimmung der Extraktionsvorgänge über Beladungsdiagramm

- Schema für 1. Stufe
- analog für weitere Stufen



- Beladung nach der i-ten Stufe (R: A, E: B, S: C):

$$b_{R,i} = \left(\frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_R}\right)_i \qquad \text{und} \qquad b_{S,i} = \left(\frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_S}\right)_i \qquad \text{mit Extraktstrom } \dot{m}_E$$

Beladung Raffinat　　　　Beladung Lösungsmittel

- Komponentenbilanz für das Extrakt nach 1. Stufe:

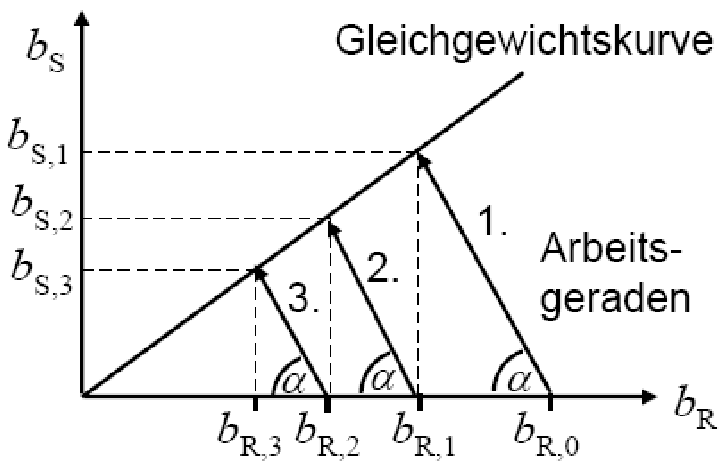
Zustrom = Abstrom

$$\dot{m}_R \cdot b_{R,0} + \dot{m}_S \cdot b_S = \dot{m}_R \cdot b_{R,1} + \dot{m}_S \cdot b_{S,1}$$

bzw. $$\dot{m}_R \, (b_{R,0} - b_{R,1}) = \dot{m}_S \, (b_{S,1} - b_S)$$

$$\rightarrow \quad \left(\frac{\dot{m}_R}{\dot{m}_S}\right) = \frac{(b_{S,1} - b_S)}{(b_{R,0} - b_{R,1})} = \tan\alpha \qquad \text{Anstieg der Arbeitsgeraden}$$

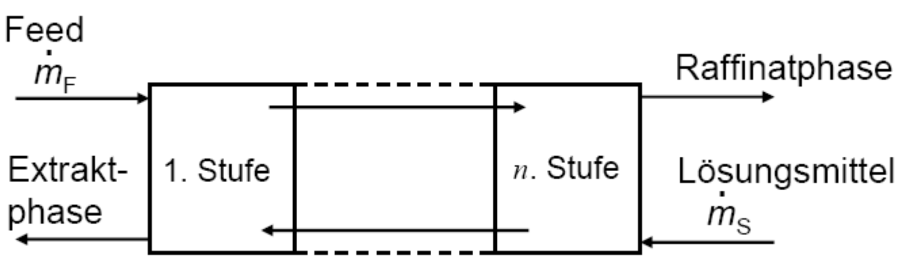
- graphische Darstellung und Konstruktion



6.3 Gegenstromextraktion

<u>*Schema der Stoffströme in der Extraktionsanlage*</u>

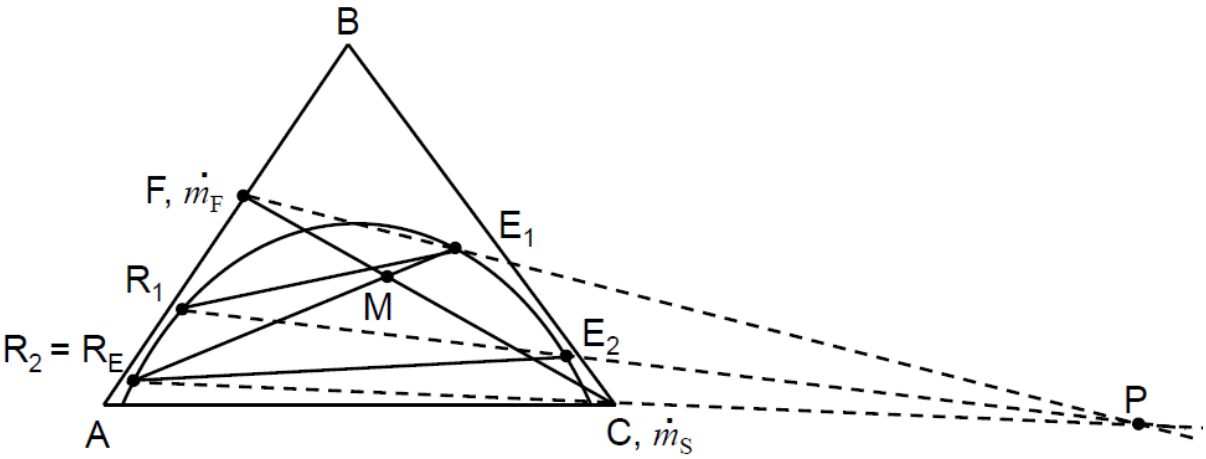
- Extraktionsgut (Feed, A + B) und Lösungsmittel werden im Gegenstrom durch Behältergruppe oder Kolonne geführt



https://mich

Bestimmung der Extraktionsvorgänge im Dreiecksdiagramm

- gegeben:
  - F (Feed), C, $\dot{m}_F$, $\dot{m}_S$
  - Zusammensetzung der Raffinatphase am Ende (R_E)



1. Stufe:
   - Extraktionsgut (Punkt F) und Zusammensetzung der Raffinatphase am Ende (Punkt R_E) eintragen
   - Gerade FC einzeichnen und darauf die Lage des Mischungspunktes M mit dem Hebelgesetz bestimmen:

$$\dot{m}_F \cdot MF = \dot{m}_S \cdot MC \quad \text{bzw.} \quad MC / MF = \dot{m}_F / \dot{m}_S$$

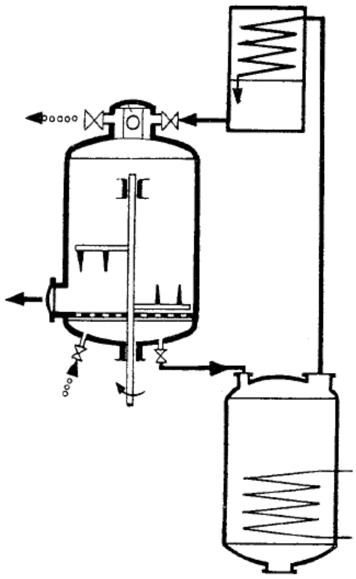
   - Verlängerung der Geraden R_EM bis zu ihrem Schnittpunkt auf der Binodalkurve liefert E_1
   - Konnode ausgehend von E_1 konstruieren und R_1 bestimmen
   - Verlängerung der Geraden R_EC und FE_1 liefert Schnittpunkt P
2. Stufe:
   - Gerade zwischen R_1 und P liefert E_2 in ihrem Schnittpunkt mit der Binodalkurve

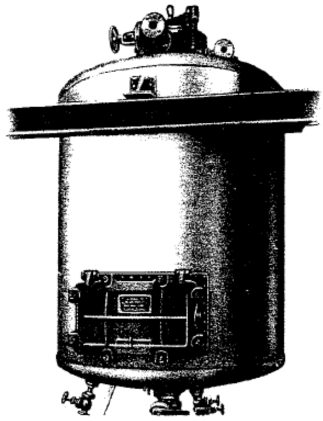
- Konnode durch E_2 konstruieren und R_2 bestimmen (entspricht R_E im betrachteten Fall)

6.4 Bauformen von Extraktionsanlagen

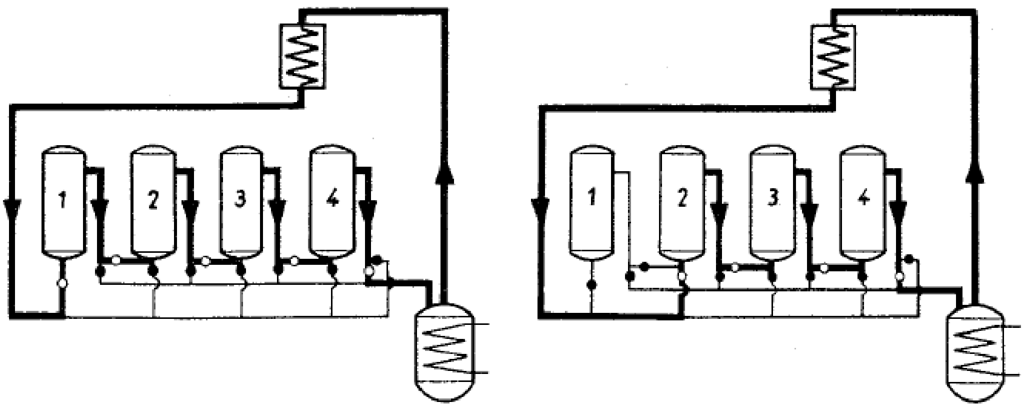
Feststoffextraktoren

- diskontinuierlich arbeitender stehender Extraktor



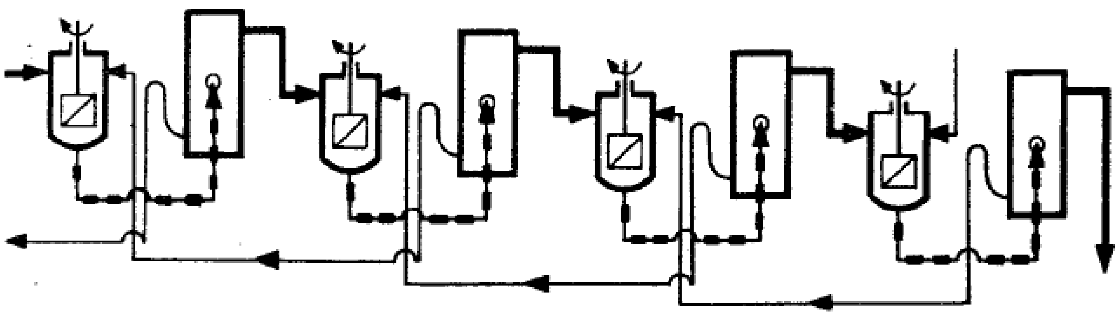


- kontinuierlich arbeitende Mehrkörper-Feststoffextraktionsanlage mit umschaltbaren Kolonnen zur stufenweisen Be- und Entladung

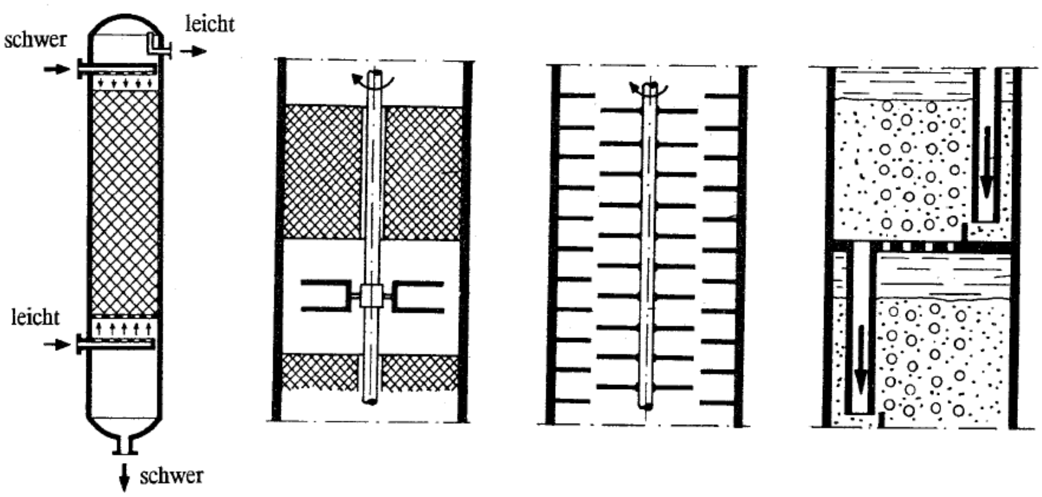


Solventextraktoren

- kontinuierlich betriebene Mischer-Scheider-Paare



- Extraktionskolonnen mit wechselnden Misch- und Trennzonen



Übungsaufgabe 16

7. Sorption von Gasen und Dämpfen

Ziel

- Abtrennung einer Gaskomponente (Absorptiv, Adsorptiv) aus einem Gasgemisch

Definition von Begriffen

Absorption	Adsorption
Eindringen des Absorptives über die Phasengrenze in das meist flüssige Absorbenz → Absorbat	Anreicherung des Adsorptives an der Oberfläche des meist festen Adsorbenz → Adsorbat
Exsorption	Desorption
Austreiben des Absorptives mittels - überhitzten Dampf - Auskochen der Lösung	Regenerierung der Oberfläche des Adsorbenz mittels - thermischer Desorption

- Austreiben im Vakuum	- Druckwechseldesorption - Verdrängungsdesorption
Anwendungen der Absorption	Anwendungen der Adsorption
Gasreinigung - Naturgas - Raffineriegas - Stadtgas Gastrocknung mit Glykol	Lösungsmittelrückgewinnung Trocknung und Reinigung von Gasen Stofftrennung in der Petrochemie

7.1 Absorption

Vorgang

- Abtrennung einer Gaskomponente (Absorptiv) aus einem Gasgemisch durch Lösen in einer Flüssigkeit (Absorbenz)

Unterscheidung

- physikalische Absorption in verdünnten Lösungen nach dem Henry-Gesetz

  $$p_\mathrm{i} = K_\mathrm{i} \cdot x_\mathrm{i} \quad \text{bzw.} \quad x_\mathrm{i} = \frac{p_i}{K_i} \quad \text{mit Henry-Konstante } K_\mathrm{i}$$

  Beispiele: Henry-Konstanten für die Löslichkeit von Gasen i in Wasser bei 298 K

Gas i	H_2	N_2	O_2	CO_2
K_i / mbar	$7{,}12 \cdot 10^7$	$8{,}68 \cdot 10^7$	$4{,}40 \cdot 10^7$	$1{,}67 \cdot 10^6$

- chemische Absorption, bei der die abzutrennende Gaskomponente eine chemische Bindung mit eine Lösungsmittelkomponente eingeht

  Beispiel: Reaktion von CO_2 mit Natriumkarbonat zu Natriumhydrogenkarbonat: CO_2 + Na_2CO_3 + H_2O $\rightarrow$ $2NaHCO_3$

$\rightarrow$ stöchiometrisch limitierte Absorption

Definition der Beladung

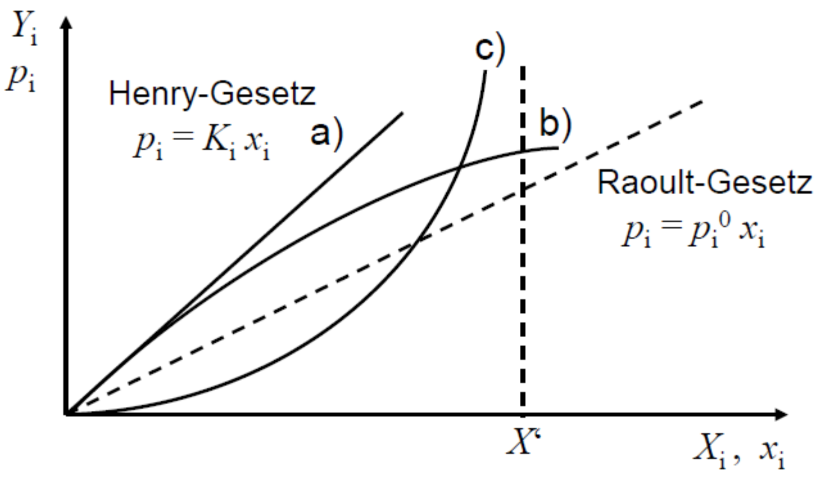
- Beladung des Trägergases G mit einer Gaskomponente i:

$Y_i = \frac{n_{i,G}}{n_G} \rightarrow \frac{p_i}{p}$ Stoffmenge von i im Gas / Stoffmenge Gas

- Beladung des Lösungsmittels L mit einer Komponente i:

$X_i = \frac{n_{i,L}}{n_L} \rightarrow x_i$ Stoffmenge von i in Lösung / Stoffmenge Lösung

Absorptionsgleichgewichte



a) ideale Absorption nach dem Henry-Gesetz

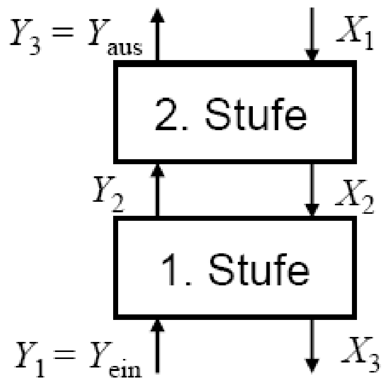
b) reale Absorption, Kurve biegt bei zunehmender Lösungsmittelbeladung in Richtung Raoult-Gesetz ab

c) chemische Absorption mit stöchiometrisch vorgegebener Grenzbeladung X‘

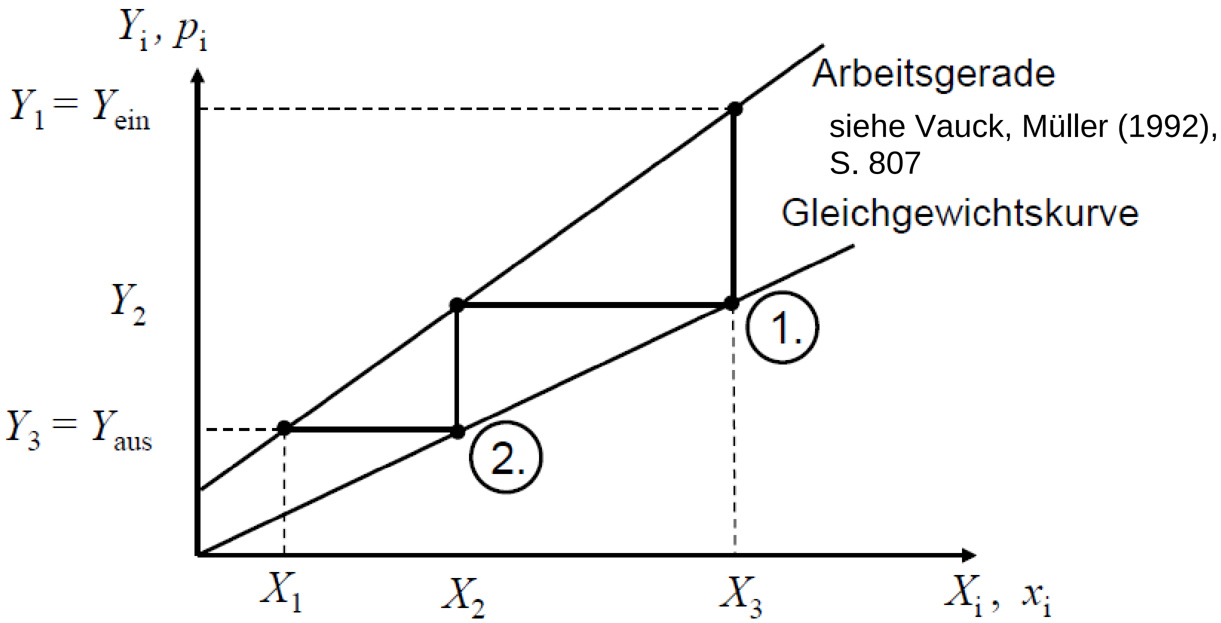
7.1.1 Beschreibung von Absorptionsvorgängen

Anlagenschema

- Gas mit Beladung Y_i und Lösungsmittel mit Beladung X_i im Gegenstrom



Bestimmung der Absorptionsvorgänge im Beladungsdiagramm



7.1.2 Absorptionsanlagen

Unterscheidung

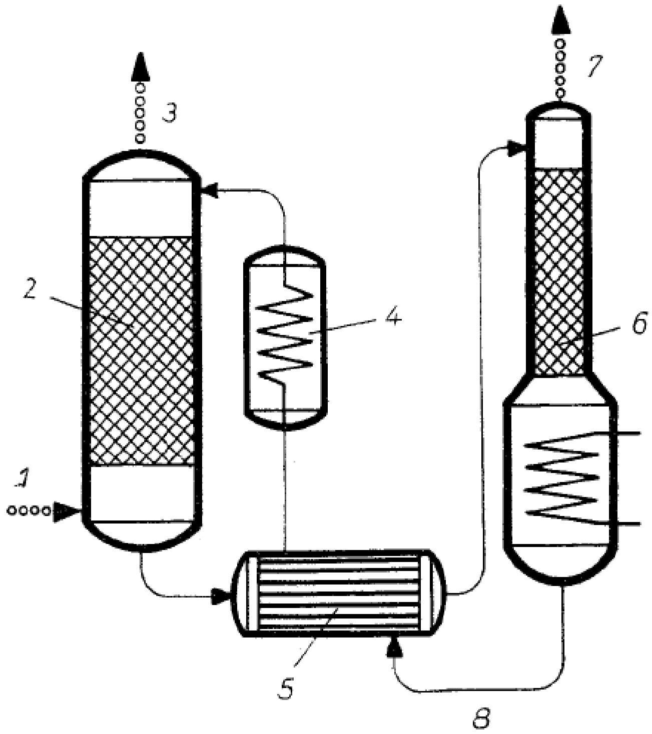
- die diskontinuierliche oder kontinuierliche Betriebsweisen unterscheiden sich durch die Handhabung des Absorptionsmittels, da das Absorptiv immer kontinuierlich strömt

Arten von Absorptionsanlagen

Oberflächenabsorber	Absorptionskolonnen	Rotationsabsorber
Dickschichtabsorber:	Riesel- und Sprüh-	Tellerwäscher
Gas auf wenige	türme	Feldwäscher
bewegter Oberfläche	Bodenkolonnen	Ströder-Wäscher
Dünnschichtabsorber:	Füllkörperkolonnen	(siehe S. 17)
Flüssigkeitsfilme in	(siehe S. 97 u. S. 98)	

Rohren oder an Wänden		

- Beispiel für eine kontinuierlich betriebene Absorptionskolonne mit Absorptionsmittelumlauf und einer Exsorptionskolonne



1 Gasgemischeintritt; 2 Absorptionskolonne; 3 Trägergasaustritt; 4 Absorptionsmittelkühler; 5 Wärmeübertrager zum Aufheizen des beladenen Absorptionsmittels durch heißes, entladenes Absorptionsmittel der Exsorptionskolonne; 6 Exsorptionskolonne; 7 abgetrennte Gaskomponente (Absorptiv); 8 entladenes, heißes Absorptionsmittel

7.2 Adsorption

Vorgang

- Abtrennung einer Gaskomponente (Adsorptiv) aus einem Gasgemisch durch Anreicherung an einer Feststoffoberfläche (Adsorbenz)

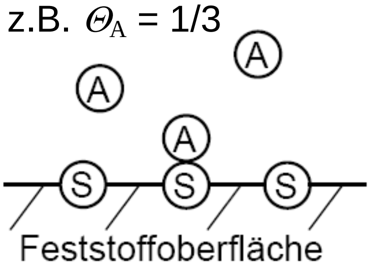
Unterscheidung

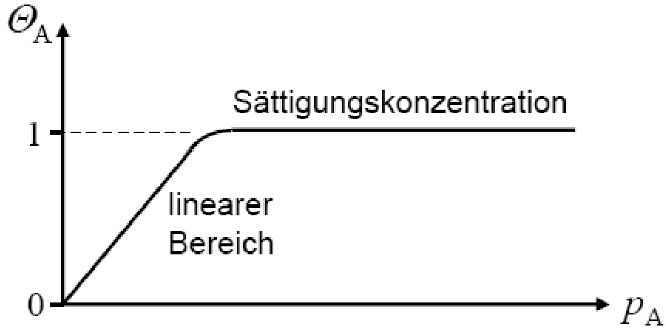
- Physisorption unter Ausnutzung molekularer Haftkräfte
- Chemisorption unter Ausbildung chemischer Bindungen

7.2.1 Adsorptionsisothermen

- beschreiben das stationäre Gleichgewicht zwischen Adsorptivkonzentration in der Gasphase und an der Adsorbenzoberfläche
- Bedeckungsgrad Θ_A gibt den Anteil der Oberflächenzentren S an, die Adsorptivmoleküle A gebunden haben (bedeckt sind)

z.B. $\Theta_A = 1/3$





- Langmuir-Isotherme:

$$A + S \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} AS \qquad \text{mit} \quad K = \frac{k_1}{k_2} \quad \text{folgt}$$

$$k_1 \cdot p_A \cdot (1 - \Theta_A) = k_2 \cdot \Theta_A$$

$$\rightarrow \quad \Theta_A = \frac{k_1 \cdot p_A}{(k_2 + k_1 \cdot p_A)} = \frac{K \cdot p_A}{1 + K \cdot p_A}$$

7.2.2 Adsorberanlagen

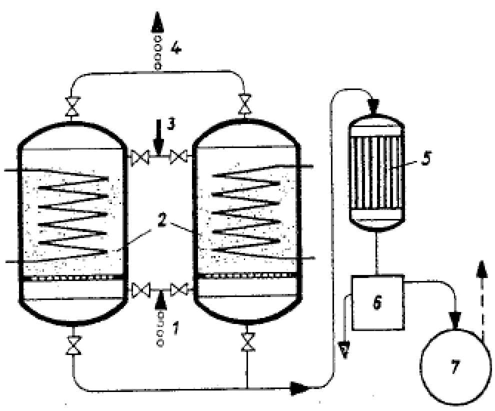
Unterscheidung

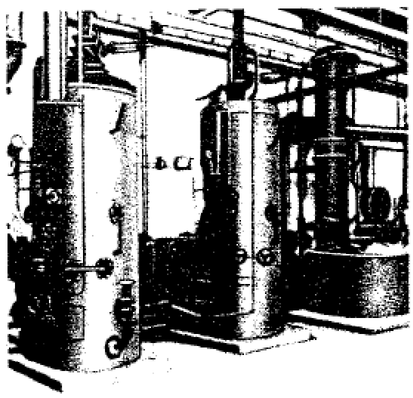
- die diskontinuierliche und kontinuierliche Betriebsweise unterscheiden sich danach, ob die Teilschritte der Adsorption und Desorption mit ruhenden oder im Gegenstrom geführtem Adsorbenz erfolgen

Festbettanlage

- Umschaltung zwischen zwei oder mehreren Adsorptionskolonnen

https

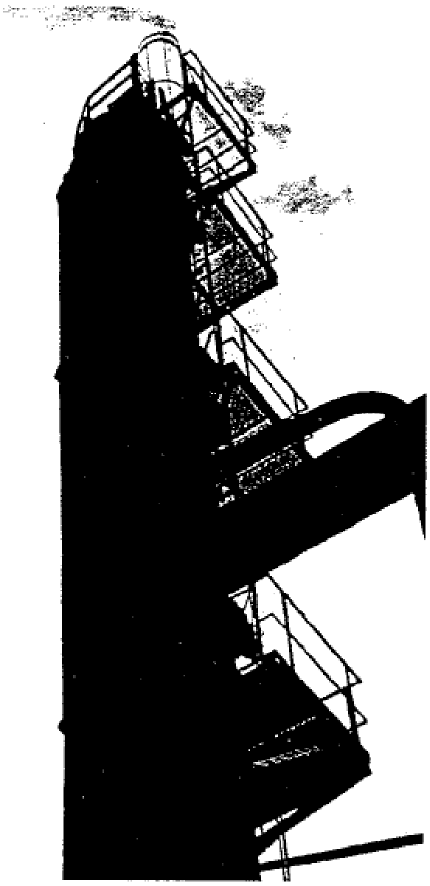


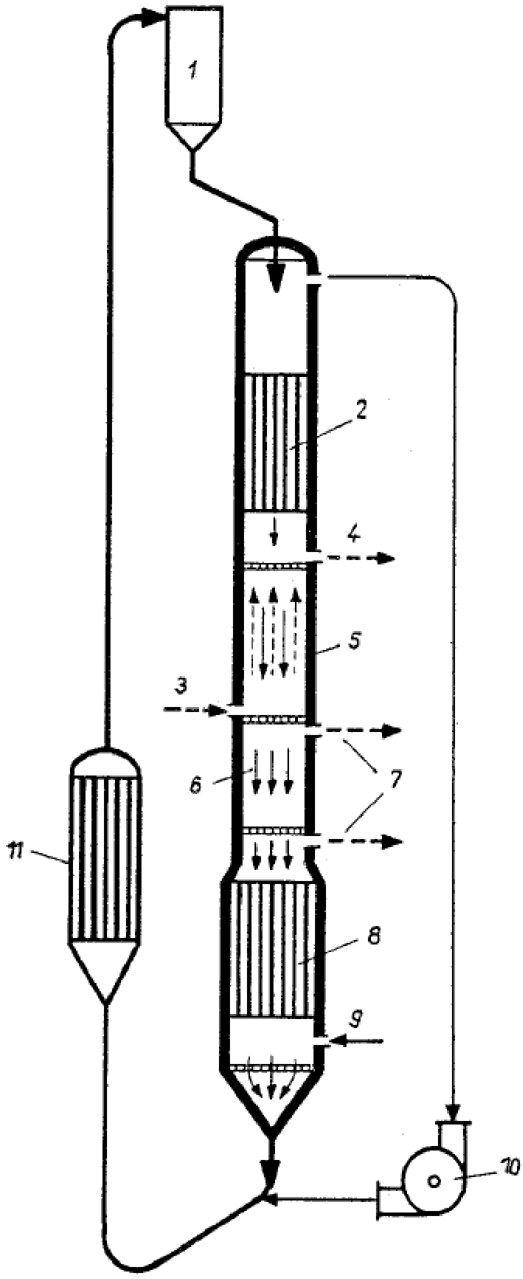


1 Rohgas; 2 Adsorber mit Aktivkohlefüllung und Schlangenwärmeübertragern, die beim Spülen und Trocknen beheizt und beim Kühlen mit Kühlwasser beschickt werden; 3 Spüldampf; 4 Reingas; 5 Oberflächenkondensator für

<u>Wanderbettanlage</u>

- Adsorbenz bewegt sich in der Adsorptionskolonne den Gasgemische entgegen
- beim Durchlaufen des Adsorbenzkreislaufes gibt es Zonen der Kühlung (Vorbereitung für Adsorption) und Heizung (Desorption)





1 Aktivkohlebunker; 2 Röhrenkühler; 3 Rohgaseintritt; 4 Restgasaustritt; 5 Adsorptionszone; 6 Fraktionierzone; 7 fraktionierter Desorbataustritt; 8 Desorptionszone mit indirekter Diphenyl-Umlaufheizung; 9 Wasserdampfeintritt; 10 Gebläse zum pneumatischen Fördern der Aktivkohle; 11 Reaktivator

8. Anlagen

- Übersicht der wichtigsten dimensionslosen Kennzahlen (S. 114)

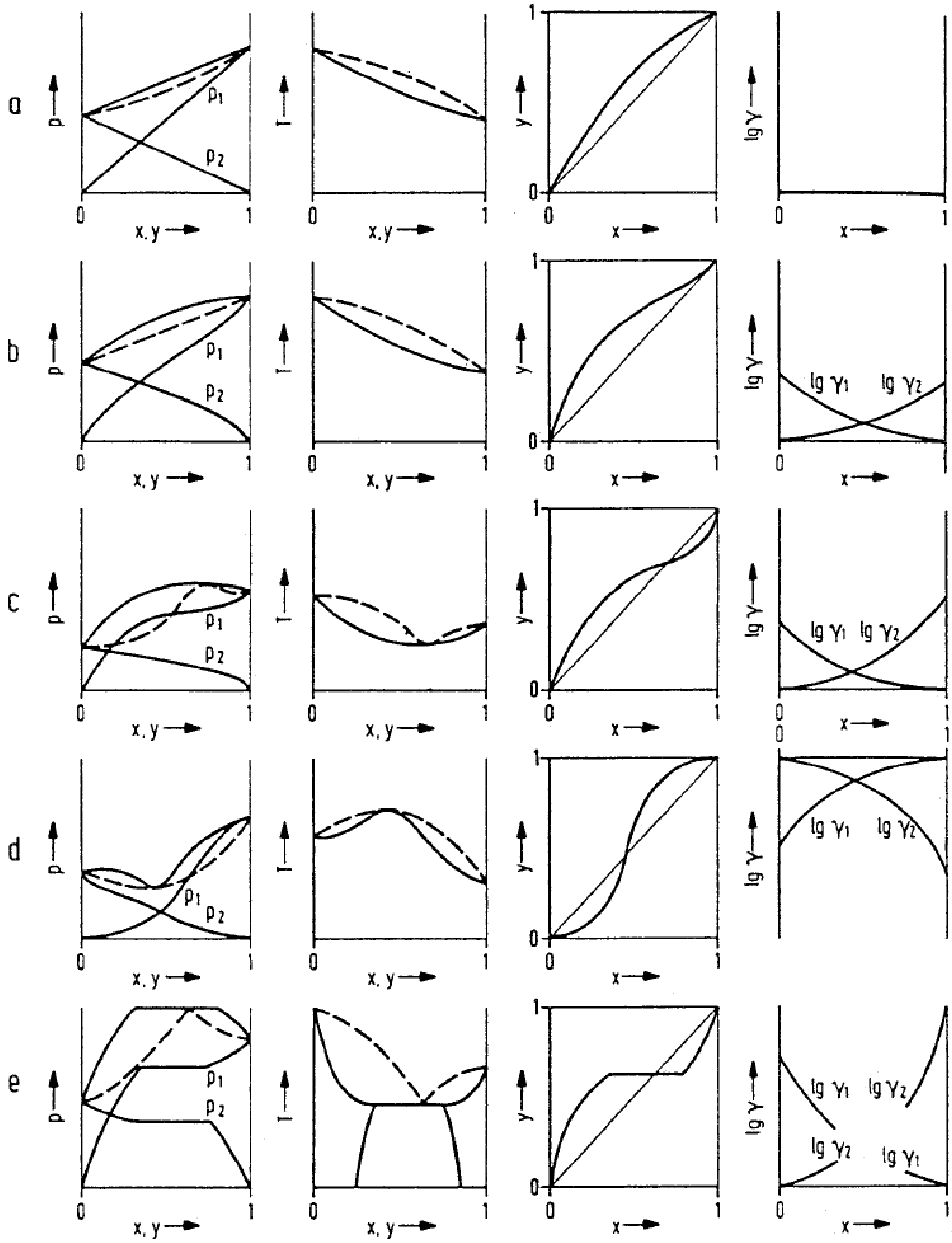
- Übersicht zu Dampfdruckdiagrammen, Siedediagrammen, Gleichgewichtsdiagrammen und Diagrammen des Aktivitätskoeffizienten für ideale und reale Gemische (S. 115)

- Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen (S. 116-119)

	Bezeichnung	Kennzahl
Simplexe	Geometriezahl	Γ = Längenverhältnis $= \frac{l_1}{l}$
	KNUDSEN-Zahl	$\mathrm{Kn} = \frac{\text{mittlere freie Weglänge}}{\text{Rohrdurchmesser}} = \frac{\Lambda}{d}$
	Zähigkeitszahl	H = Zähigkeitsverhältnis $= \frac{\eta_1}{\eta_2}$
	MACH-Zahl	$\mathrm{Ma} = \frac{\text{Strömungsgeschwindigkeit}}{\text{Schallgeschwindigkeit}} = \frac{w}{c}$
Komplexe	ARCHIMEDES-Zahl	$\mathrm{Ar} = \frac{\text{Dichte-Antriebskraft}}{\text{innere Trägheitskraft}} = \frac{gl^3}{\nu^2}\frac{\Delta\varrho}{\varrho}$
	BODENSTEIN-Zahl	$\mathrm{Bo} = \frac{\text{Konvektionsstrom}}{\text{Diffusionsstrom}} = \mathrm{Sc\,Re} = \frac{wl}{D}$
	EULER-Zahl	$\mathrm{Eu} = \frac{\text{Druckkraft}}{\text{Trägheitskraft}} = \frac{\Delta p}{\varrho w^2}$
	FOURIER-Zahl	$\mathrm{Fo} = \frac{\text{Wärmeleitstrom}}{\text{Konvektionsstrom}} = \frac{a\tau}{l^2}$
	FROUDE-Zahl	$\mathrm{Fr} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Schwerkraft}} = \frac{1}{\mathrm{Fa}} = \frac{w^2}{gl}$
	GALILEI-Zahl	$\mathrm{Ga} = \frac{\text{Schwere Antriebskraft}}{\text{innere Trägheitskraft}} = \frac{\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Fr}} = \frac{gl^3}{\nu^2}$
	GRASHOF-Zahl	$\mathrm{Gr} = \frac{\text{thermische Antriebskraft}}{\text{innere Trägheitskraft}} = \frac{gl^3}{\nu^2}\gamma\Delta T$
	NEWTON-Zahl	$\mathrm{Ne} = \frac{\text{Antriebskraft}}{\text{Trägheitskraft}} = \frac{F\tau}{mw}$
	NUSSELT-Zahl	$\mathrm{Nu} = \frac{\text{Wärmeübergangsstrom}}{\text{Wärmeleitstrom}} = \frac{\alpha l}{\lambda}$
	PÉCLET-Zahl	$\mathrm{Pe} = \frac{\text{Konvektionsstrom}}{\text{Wärmeleitstrom}} = \frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Pr}} = \frac{wl}{a}$
	REYNOLDS-Zahl	$\mathrm{Re} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{innere Reibungskraft}} = \frac{wl}{\nu}$
	SHERWOOD-Zahl	$\mathrm{Sh} = \frac{\text{Stoffübergangsstrom}}{\text{Diffusionsstrom}} = \frac{\beta l}{D}$
	WEBER-Zahl	$\mathrm{We} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Oberflächenkraft}} = \frac{\varrho w^2 l}{\sigma}$
Gütegrade	LEWIS-Zahl	$\mathrm{Le} = \frac{\text{Wärmeleitstrom}}{\text{Diffusionsstrom}} = \frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}} = \frac{a}{D}$
	PRANDTL-Zahl	$\mathrm{Pr} = \frac{\text{innere Reibung}}{\text{Wärmeleitstrom}} = \frac{\mathrm{Pe}}{\mathrm{Re}} = \frac{\nu}{a}$
	SCHMIDT-Zahl	$\mathrm{Sc} = \frac{\text{innere Reibung}}{\text{Diffusionsstrom}} = \frac{\mathrm{Bo}}{\mathrm{Re}} = \frac{\nu}{D}$
	STANTON-Zahl	$\mathrm{St} = \frac{\text{Stoffübergangsstrom}}{\text{Konvektionsstrom}} = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Bo}} = \frac{\beta}{w}$

Formelzeichen

- a Temperaturleitzahl
- c Schallgeschwindigkeit
- D Diffusionszahl
- d Durchmesser
- F Kraft
- g Erdbeschleunigung
- l kennzeichnende Abmessung
- m Masse
- p Druck
- T Temperatur
- w Strömungsgeschwindigkeit
- α Wärmeübergangszahl
- β Stoffübergangszahl
- γ Volumenausdehnungszahl
- η dynamische Zähigkeit
- Λ mittlere freie Weglänge
- λ Wärmeleitzahl
- ν kinematische Zähigkeit
- ϱ Dichte
- σ Oberflächenspannung
- τ Zeit
- Fa FANNING-Zahl



Spalte 1 p-x, y-Diagramme mit den Partialdrücken p_1 und p_2 bei T = const. Durchgezogene Linie: p als f(x), Unterbrochene Linie: p als f(y)
Spalte 2 T-x, y-Diagramme bei p = const. Durchgezogene Linie: T als f(x), Unterbrochene Linie: T als f(y)
Spalte 3 x-y-Diagramme bei p = const.
Spalte 4 Aktivitätskoeffizienten (logarithmisch)
Reihe a Ideales System
Reihe b Reales System mit positiver Abweichung vom Raoultschen Gesetz
Reihe c Reales System mit tiefsiedendem Azeotrop
Reihe d Reales System mit hochsiedendem Azeotrop
Reihe e Reales System mit Heteroazeotrop

Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen zur Vorlesung „Mechanische und thermische Grundoperationen“

1. Formelzeichen

1.1 Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bedeutung
a	$m \cdot s^{-2}$	Beschleunigung
a	$m^2 \cdot s^{-1}$	Temperaturleitzahl
A	m^2	Fläche
A	1	Absorptionszahl
B	1	Beladung eines Fluids
B	$V \cdot s \cdot m^2$	magnetische Induktion
B	$mol \cdot s^{-1}$	Stoffmengenstrom aus der Blase (Sumpf)
B	verschieden	scheinbare Viskosität
C_S	$5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	Strahlungszahl, Stefan-Boltzmann-Konstante
c	$m \cdot s^{-1}$	Schallgeschwindigkeit
C	1	Konstante, dimensionslose Durchmischungszahl
d	m	Abmessung, Durchmesser
D	m	Korndurchmesser
D	$m^2 \cdot s^{-1}$	Diffusionskoeffizient
D	$mol \cdot s^{-1}$	Destillatstrom
D	1	Durchlasszahl
E	Pa, $N \cdot m^{-2}$, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	Elastizitätsmodul
F	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$	Kraft
g	$9{,}81\ m \cdot s^{-2}$	Erdbeschleunigung
G	$mol \cdot s^{-1}$	Gasstrom, Dampfstrom
h	m	Höhe
k	m^2	Durchlässigkeit
k	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Wärmedurchgangszahl
k’	$m^3 \cdot s \cdot kg^{-1}$	Filterkonstante
K	mbar	Henry-Konstante
l	m	Austrittsöffnung, Länge
L	$mol \cdot s^{-1}$	Flüssigkeitsstrom
L	1	Dimension des Ortes
m	kg	Masse
M	1	Dimension der Masse
n	1	Zerkleinerungsgrad, relative Rauheit
n	s^{-1}	Drehzahl
n	mol	Stoffmenge
N	1	Nernstscher Verteilungskoeffizient

p	Pa, $N \cdot m^{-2}$, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	Druck
p*	Pa, $N \cdot m^{-2}$, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	Wirkdruck
P	W, $N \cdot m \cdot s^{-1}$	Leistung
Q	A·s	Ladung
r	m	Radius, Abstand
R	m	Endradius
R	$mol \cdot s^{-1}$	Rücklaufstrom
R	1	Reflexionszahl
s	m	Wandstärke
t	s	Zeit
T	1	Dimension der Zeit
T	K	Temperatur
u	$m \cdot s^{-1}$	Geschwindigkeit
V	m^3	Volumen
W	J, N·m, W·s	Energie, Arbeit, Wärmemenge
x	m	Ortskoordinate
x	1	Molenbruch in der Flüssigphase
X	1	Beladung eines Lösungs-mittels
y	m	Ortskoordinate
y	1	Molenbruch in der Gasphase
Y	$W \cdot s \cdot kg^{-1}$	spezifische Arbeit
Y	1	Beladung eines Gases
z	m	Ortskoordinate
Z	Pa, $N \cdot m^{-2}$, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	Zerreißspannung
Z	1	Zahl der Poren, Beschleuni-gungsverhältnis

1.2 Griechische Buchstaben

Symbol	**Einheit**	**Bedeutung**
α	1	Labyrinthfaktor
α	1	Durchflusszahl
α	1	relative Flüchtigkeit
α	grd	Winkel
α	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Wärmeübergangszahl
β	$m \cdot s^{-1}$	Stoffübergangszahl
β	1	Feststoffgehalt
γ	K^{-1}	Volumenausdehnungszahl
γ	1	Aktivitätskoeffizient
δ	m	Dicke einer Grenzschicht
Δ	verschieden	Differenz einer Größe
ε	1	Porösität, Expansionszahl, Schwärzegrad
Φ	1	Ähnlichkeitskoeffizient

η	Pa·s, kg·m^{-1}·s^{-1}	dynamische Viskosität
η	1	Wirkungsgrad
λ	1	Reibungszahl
λ	W·m^{-1}·K^{-1}	Wärmeleitkoeffizient
ν	m^2·s^{-1}	kinematische Viskosität
ν	1	Rücklaufverhältnis
Π	1	dimensionslose Kennzahl
Θ	1	Dimension der Temperatur, Bedeckungsgrad
ρ	kg·m^{-3}	Dichte
σ	J·m^{-2}	Oberflächenenergie
τ	kg·m^{-1}·s^{-2}	Scherspannung
ω	s^{-1}	Kreisfrequenz
ζ	1	Widerstandszahl
Ø	m	Durchmesser

2. Indizes

a	außen
A	Auftrieb, Absink, Anlauf, Anfangs Komponente A
äq	äquivalent
ax	axial
b	Beschleunigung
B	Komponente B
c	kritisch
dyn	dynamisch
E	End-, Extrakt
F	Fluid, Feed
FB	Festbett
G	Gesamt
h	hydraulisch
i	innen
k	Körper
K	Knet-
l	Flüssigkeit (*liquid*)
m	molekularer, mechanischer, mittlerer
M	Mischpunkt
max	maximal
min	minimal
0	auf Anfangsort oder Anfangszeit bezogen, reine Komponente
P	Partikel
r	Reibung
R	Rühr, Raffinat
s	Festkörper (*solid*), Saug-
S	Schwerkraft, Lösungsmittel (*solvent*)
st	statisch
t	technisch

T	Trommel
v	volumetrisch
W	Wand, Widerstand
z	zentrifugal

3. Abkürzungen und Kennzahlen

Ar	Archimedes-Kennzahl
ax	axial
B	Blase, Sumpf
D	Destillat
dyn	dynamisch
Eu	Euler-Kennzahl
Fr	Froude-Kennzahl
GO	Grundoperation
Gr	Grashof-Kennzahl
max	maximal
min	minimal
Ne	Leistungskennzahl
Nu	Nusselt-Kennzahl
OF	Oberfläche
Pr	Prandtl-Kennzahl
ra	radial
Re	Reynolds-Kennzahl
Re_M	modifizierte Rotations-Reynolds-Kennzahl
Sc	Schmidt-Kennzahl
Sh	Sherwood-Kennzahl
Th	theoretisch
We	Weber-Kennzahl