

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 1

Ein Automodell, das im Maßstab 1:5 verkleinert ist, soll in einem Windkanal untersucht werden. Wie groß muss die Anblasgeschwindigkeit des Modells gewählt werden, wenn eine Fahrgeschwindigkeit von  $150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  in der Großausführung simuliert werden soll? Es darf angenommen werden, dass die Viskositäten im Modell und in der Realität gleich groß sind.

#### Gegeben:

$$\frac{L_M}{L_A} = \frac{1}{5} \quad \text{Verhältnis Länge Modell (M) zu Länge Auto (A)}$$

$$\bar{u}_A = 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \quad \text{mittlere Geschwindigkeit des Autos}$$

$$\nu_M = \nu_A \quad \text{kinematische Viskosität des Modells und des Autos}$$

#### Lösung:

Vorteil der Reynoldszahl  $Re$  ist, dass sie sowohl für Modellgrößen als auch für reale Größen gilt:

$$Re_M = Re_A$$

$$Re = \frac{\bar{u}_M \cdot L_M}{\nu_M} = \frac{\bar{u}_A \cdot L_A}{\nu_A} \quad \text{mit } \nu_M = \nu_A$$

$$\bar{u}_M = \bar{u}_A \cdot \frac{L_A}{L_M} = \frac{5}{1} \cdot 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 750 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Ähnliche Fluidströme besitzen ähnliche Reynoldszahlen. Dadurch ist eine Extrapolation vom Laborversuch auf eine technische Anlage möglich.

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

## Aufgabe 2

Ein Kegelbrecher, auch Kegelgranulator genannt, zerkleinert hartes Gestein von  $x = 300$  mm Aufgabe-Korngröße auf  $x' = 40$  mm Endkorngröße. Der Durchsatz beträgt  $\dot{m} = 200 \text{ t}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Wie groß ist die Arbeitsleistung  $P$  in kW? Verwenden Sie hierzu die Graphik "spezifische technische Zerkleinerungsarbeit" aus dem Vorlesungsmaterial.

### Gegeben:

$x = 300$  mm            Aufgabe-Korngröße

$x' = 40$  mm            Endkorngröße

$\dot{m} = 200 \text{ t}\cdot\text{h}^{-1}$         Durchsatz

### Lösung:

- 1) Berechnung des Zerkleinerungsgrades  $n$

$$n = \frac{x}{x'} = \frac{300 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 7,5$$

- 2) Berechnung der spezifischen Zerkleinerungsarbeit  $\frac{W_Z}{m} \equiv \frac{\text{Arbeit}}{\text{Masse}}$

Die spezifische Zerkleinerungsarbeit wird mit Hilfe eines Diagramms ermittelt:

$$\frac{W_Z}{m} = f\left(\frac{\sqrt{n}}{x'}\right)$$

$$\frac{\sqrt{n}}{x'} = \frac{\sqrt{7,5}}{4 \text{ cm}} = 0,69 \text{ cm}^{-1}$$

Aus der Tabelle ergibt sich somit der Wert für die spezifische Zerkleinerungsarbeit

$$\frac{W_z}{m} = 1,2 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{t}^{-1}$$

3) Berechnung der Arbeitsleistung  $P$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{W_z \cdot \dot{m}}{m} = 1,2 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{t}^{-1} \cdot 200 \text{ t} \cdot \text{h}^{-1} = 240 \text{ kW}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 3

Eine Kugelmühle mit  $D_T = 1,6$  m Trommeldurchmesser ist mit großen Stahlkugeln gefüllt. Die 5 t des zu mahlenden Materials sollen von einer Aufgabekorngröße von  $D = 25$  mm auf eine Endkorngröße von  $d = 0,01$  mm zerkleinert werden.

Zu berechnen sind mittlere Betriebsdrehzahl  $n$  und die Antriebsleistung  $P$ ! Hierzu kann das empirische Zerkleinerungsgesetz von Bond und Wang verwendet werden:

$$\frac{W}{m_z} = C \cdot \left( \frac{\sqrt{n_z}}{d} \right)^{0,5} \quad n_z: \text{Zerkleinerungsgrad}$$

Die Konstante  $C$  hat hierbei einen Wert von  $3,58 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{0,5}}{\text{t}}$ .

#### Gegeben:

$D_T = 1,6$ m	Trommeldurchmesser
$m = 5$ t	Masse des Materials
$D = 25$ mm	Aufgabekorngröße
$d = 0,01$ mm	Endkorngröße

#### Lösung:

- Bestimmung der Grenzdrehzahl  $n_{\text{Grenz}}$

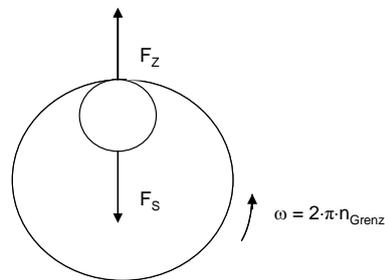
$F_S$  : Schwerkraft

$F_Z$  : Zentrifugalkraft

$$F_S = F_Z$$

$$m \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot (2 \cdot \pi \cdot n_{\text{Grenz}})^2 \cdot \frac{D_T}{2}$$

$$n_{\text{Grenz}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{D_T}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{1,6 \text{ m}}} = 0,56 \text{ s}^{-1}$$



- 2) Bestimmung der mittleren Betriebsdrehzahl  $n$

$$\text{Definition: } n = 0,75 \cdot n_{\text{Grenz}}$$

$$n = 0,75 \cdot 0,56 \text{ s}^{-1} = 0,42 \text{ s}^{-1} = 25,2 \text{ min}^{-1}$$

- 3) Bestimmung der Antriebsleistung  $P$

- a) Zerkleinerungsgesetz von Bond und Wang:

$$\frac{W}{m_z} = C \cdot \left( \frac{\sqrt{n_z}}{d} \right)^{0,5}$$

Somit ergibt sich für die Arbeit  $W$

$$W = m_z \cdot C \cdot \left( \frac{\sqrt{n_z}}{d} \right)^{0,5}$$

- b) Berechnung des Zerkleinerungsgrades  $n_z$ :

$$n_z = \frac{D}{d} = \frac{25 \text{ mm}}{0,01 \text{ mm}} = 2500$$

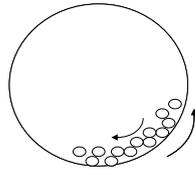
c) Berechnung der Antriebsleistung  $P$ :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{m_z \cdot C \cdot \left(\frac{\sqrt{n_z}}{d}\right)^{0,5}}{t}$$

$$P = \frac{5 \text{ t} \cdot 3,58 \cdot 10^{-3} \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{0,5} \cdot \text{t}^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{2500}}{10^{-5}}\right)^{0,5} \text{ m}^{-0,5}}{1 \text{ h}} = 40,0 \text{ kW}$$

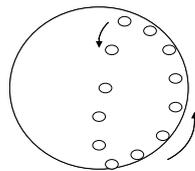
Betriebsdrehzahlen  $n$ :

Feinmahlen:  $n = 0,5 - 0,7 n_{\text{Grenz}}$



reibende Abrollbewegung

Grobmahlen:  $n = 0,7 - 0,9 n_{\text{Grenz}}$



schlagende Fallbewegung

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

#### Aufgabe 4

Eine Suspension von Schlämmerkide ( $\rho_s = 2700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) in Wasser ( $\rho_l = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $\eta = 1,14\cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ) soll durch Sedimentation unter laminaren Strömungsbedingungen in einem Klärbecken von der Schlämmerkide befreit werden. Der Durchmesser der kleinsten Kreideteilchen liegt bei  $50\cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Durch das Klärbecken sollen  $100 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$  der Suspension durchgesetzt werden.

Wie groß muss die Fläche des Klärbeckens gewählt werden? Wie groß muss der Klärbeckendurchmesser sein, wenn man für die Trennaufgabe ein Rundklärbecken einsetzt?

#### Gegeben:

$\rho_s = 2700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte der Schlämmerkide
$\rho_l = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte von Wasser
$\eta = 1,14\cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$	dynamische Viskosität
$d = 50\cdot 10^{-6} \text{ m}$	Durchmesser der kleinsten Kreideteilchen
$\dot{V} = 100 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$	Zulaufstrom

#### Lösung:

- 1) Bestimmung der Absetzgeschwindigkeit  $u_A$

Es gilt das Stokes-Gesetz für laminar umströmte Teilchen:

$$u_A = \frac{g \cdot d^2 \cdot (\rho_s - \rho_l)}{18 \cdot \eta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2) Bestimmung der Trennfläche  $A$  des Klärbeckens

$$A = \frac{\dot{V}}{u_A} = 13,9 \text{ m}^2$$

3) Bestimmung des Durchmessers  $D$  für ein Rundklärbecken

$$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = 4,2 \text{ m}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 5

Ein Eindicker soll einer Dekantierzentrifuge zur weiteren Entwässerung einen Schlamm mit 30 Gew.-% Feststoffanteil zuführen. Die Dekantierzentrifuge kann maximal  $60 \text{ t}\cdot\text{h}^{-1}$  durchsetzen. Dem Eindicker fließt eine wässrige Kreidesuspension zu, die 8 Gew.-% Feststoff enthält. Der Feststoff hat eine mittlere Teilchengröße von  $x = 35 \text{ }\mu\text{m}$ .

Welchen Durchmesser muss der zylindrische Eindicker haben? Verwenden Sie eine dynamische Viskosität von  $\eta = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , eine von Feststoffdichte  $\rho_s = 2710 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  und eine Flüssigkeitsdichte von  $\rho_l = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

#### **Hinweis:**

Die Volumendurchsätze  $\dot{V}_i$  der Suspension (Index 0), des Klarlaufs (Index 1) und des Schlamms (Index 2) werden über die Mengenbilanzen berechnet.

a) Gesamtmenge: 
$$\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$$

b) Feststoffmenge mit  $f_i$  als Feststoffanteil: 
$$\dot{m}_0 \cdot f_0 = \dot{m}_1 \cdot f_1 + \dot{m}_2 \cdot f_2$$

Unter idealen Bedingungen, d.h. ohne Feststoff im Klarlauf, ist  $\dot{m}_1 \cdot f_1 = 0$ . Somit gilt:

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_2 \cdot \frac{f_2}{f_0}$$

Und für den Volumendurchsatz der Suspension gilt:

$$\dot{V}_0 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_l} \cdot \frac{f_2}{f_0}$$

**Gegeben:**

$f_0 = 0,08$  Feststoffanteil der Suspension

$f_2 = 0,30$  Feststoffanteil des Schlammes

$\dot{m}_2 = 60 \text{ t} \cdot \text{h}^{-1}$  Durchsatz des Schlammes

$x = 35 \text{ } \mu\text{m}$  Größe der Feststoffteilchen

$\rho_s = 2710 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  Dichte des Feststoffes

$\rho_l = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  Dichte der Flüssigkeit

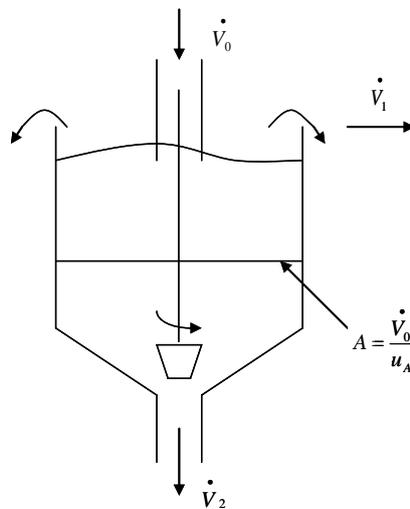
$\eta = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  dynamische Viskosität

**Lösung:**

Die Absetztrennfläche  $A$  mit dem Durchmesser  $d$  ergibt sich durch:

$$A = \frac{\dot{V}_0}{u_A} \quad u_A: \text{ Absetzgeschwindigkeit}$$

- 1) Bestimmung des Volumendurchsatzes  $\dot{V}_0$



Massenbilanz:  $\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$

$$\dot{m}_0 \cdot f_0 = \dot{m}_1 \cdot f_1 + \dot{m}_2 \cdot f_2 \quad \text{mit } \dot{m}_1 \cdot f_1 = 0$$

$$\dot{m}_0 = \frac{\dot{m}_2 \cdot f_2}{f_0}$$

mit  $\dot{m}_0 = \dot{V}_0 \cdot \rho_l$  ergibt sich:

$$\dot{V}_0 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_l} \cdot \frac{f_2}{f_0} = \frac{60 \text{ t} \cdot \text{h}^{-1}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} \cdot \frac{0,3}{0,08} = 225 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

2) Bestimmung der Absetzgeschwindigkeit  $u_A$

$$F_W = F_S - F_A$$

Widerstandskraft = Schwerkraft - Auftriebskraft

Archimedes: Die Auftriebskraft ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten

$$\text{Flüssigkeit: } F_A = \rho_l \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g.$$

Für die Widerstandskraft des Feststoffteilchens wird der einfachste Fall angenommen, also die laminare Umströmung (Stokes).

$$3 \cdot \eta \cdot \pi \cdot d \cdot u_A = m \cdot g - \rho_l \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g \quad \text{mit } m \cdot g = \rho_s \cdot V_S \cdot g = \rho_s \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot g$$

$$3 \cdot \eta \cdot \pi \cdot d \cdot u_A = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot (\rho_s - \rho_l) \cdot g$$

Damit ergibt sich für die Absetzgeschwindigkeit  $u_A$ :

$$u_A = \frac{d^2 \cdot (\rho_s - \rho_l) \cdot g}{18 \cdot \eta}$$

$$u_A = \frac{(35 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2 \cdot (2710 - 1000) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{18 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}}$$

$$u_A = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 4,1 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$$

3) Bestimmung der Absetztrennfläche  $A$  und dem Durchmesser  $d$  des Eindickers

$$A = \frac{\dot{V}_0}{u_A} = \frac{225 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}}{4,1 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}} = 54,9 \text{ m}^2$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2$$

$$D = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 8,4 \text{ m}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 6

In einer kontinuierlich arbeitenden Vollmantelzentrifuge mit zylindrischer Trommel wird eine wässrige Magnesiumdioxidsuspension getrennt. Durch einen Laborversuch wurde für diese Suspension die Absetzgeschwindigkeit der Feststoffteilchen im Standzylinder (Schwerkraftsedimentation) bestimmt. Sie beträgt  $u_A = 3,5 \text{ cm}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Zu berechnen ist der Zentrifugatdurchsatz  $\dot{V}$  in  $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ ! Verwenden Sie hierzu einen Trommeldurchmesser von  $D = 800 \text{ mm}$ , eine Trommellänge von  $L = 1000 \text{ mm}$ , einen Radius bis zum Flüssigkeitsring während der Rotation von  $r_0 = 280 \text{ mm}$  und eine Drehzahl von  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ .

### Gegeben:

$u_A = 3,5 \text{ cm}\cdot\text{h}^{-1}$	„statische“ Absetzgeschwindigkeit
$D = 800 \text{ mm}$	Durchmesser der Trommel
$L = 1000 \text{ mm}$	Länge der Trommel
$r_0 = 280 \text{ mm}$	Radius bis zum Flüssigkeitsring
$n = 1500 \text{ min}^{-1}$	Drehzahl

### Lösung:

- Bestimmung der zentrifugalen Absetzgeschwindigkeit  $u_Z$

Die Fliehkraftsedimentation ist um ein Vielfaches stärker als die Schwerkraftsedimentation:  $u_Z = u_A \cdot Z$

Ein Maß für die Wirksamkeit der Zentrifugalkraft ist das Beschleunigungsverhältnis  $Z$ :

$$Z = \frac{a_Z}{g} \quad \text{Verhältnis von Zentrifugalbeschleunigung und Schwerebeschleunigung}$$

$$Z = \frac{r \cdot \omega^2}{g} = \frac{r_m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot n^2}{g}$$

mittlerer Radius  $r_m$ :

$$r_m = \frac{R + r_0}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot D + r_0}{2} = 0,34 \text{ m}$$

$$Z = \frac{0,34 \text{ m} \cdot 625 \text{ s}^{-2} \cdot 4 \cdot \pi^2}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 855$$

$$u_Z = u_A \cdot Z = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 855 = 29,9 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$$

2) Bestimmung des Zentrifugatdurchsatzes  $\dot{V}$

$$\dot{V} = A \cdot u_Z \quad \text{mit} \quad A = 2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot L \text{ (Zylinderfläche)}$$

$$\dot{V} = 2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot L \cdot n_Z = 2 \cdot \pi \cdot 0,34 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 29,9 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} = 63,9 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 7

Zwei Säuren sollen mit einem Propellerrührer in einem Rührbehälter, der einen Durchmesser von  $d_1 = 1200 \text{ mm}$  besitzt, mit einer Drehzahl von  $n = 250 \text{ min}^{-1}$  gemischt werden.

Gegeben sind die Dichte  $\rho = 1350 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  und die kinematische Viskosität  $\nu = 1,25\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ .

Gesucht werden die erforderliche Rührerleistung  $P_R$  und die Mischzeit  $t$ !

#### Gegeben:

$d_1 = 1,2 \text{ m}$	Durchmesser des Behälters
$n = 250 \text{ min}^{-1} = 4,17 \text{ s}^{-1}$	Drehzahl des Rührers
$\rho = 1350 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte der Mischung
$\nu = 1,25\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität der Mischung

#### Lösung:

- Bestimmung des optimalen Durchmesser  $d_2$  des Propellerrührers

Optimales Verhältnis:  $\frac{d_2}{d_1} = 0,3$  (siehe Tabelle für Richtwerte verschiedener Rührer)

Propellerdurchmesser:  $d_2 = 0,3\cdot d_1 = 0,36 \text{ m}$

- Bestimmung der Rührleistung  $P_R$  bzw. der Anlaufleistung  $P_A$ 
  - Bestimmung von  $Re_M$
  - Bestimmung der Leistungskennzahl  $N_e$  aus Kennlinienfeld
  - Bestimmung der Rührleistung  $P_R$

zu a): modifizierte Reynoldszahl

$$Re_M = \frac{n \cdot d_2^2}{\nu} = \frac{4,17 \text{ s}^{-1} \cdot (0,36 \text{ m})^2}{1,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 4,3 \cdot 10^4$$

zu b): Leistungskennzahl aus Kennlinienfeld

$$Ne \propto f(Re_M)$$

$$Ne \approx 0,36 \quad (\text{siehe Bild 6.3})$$

zu c): Rührleistungen

$$P_R = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d_2^5 = 0,36 \cdot 1350 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (4,17 \text{ s}^{-1})^3 \cdot (0,36 \text{ m})^5$$

$$P_R = 213 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} = 213 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 213 \text{ W}$$

$$P_A = P_R \cdot 0,134 \cdot (Re_M)^{0,22} = 298,4 \text{ W}$$

### 3) Bestimmung der Mischzeit $t$

Zum Erreichen einer Gleichverteilung ist die Rührzeit  $t$  erforderlich:

$$t = \frac{c}{n} \quad c: \text{ dimensionslose Durchmischungszahl } (f(Re_M))$$

$n$ : Drehzahl

empirisch: gültig für Mischen von niedrigviskosen Medien im turbulenten Bereich

Die Rührzeit ist abhängig von der Rührerart und der Drehzahl:

$c = 80$  für Propellerrührer (siehe Tabelle für Durchmischungszahlen)

$$t = \frac{80}{4,17 \text{ s}^{-1}} = 19,2 \text{ s}$$

Anmerkung: Je höher die Drehzahl  $n$  desto niedriger ist die Mischzeit  $t$  und desto höher ist die Rührleistung  $P_R$  ( $P_R \propto n^3$ ).

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 8

Durch eine Schmierölleitung von 5 cm lichtigem Durchmesser strömen in einer Sekunde 2 Liter Schmieröl mit einer kinematischen Viskosität  $\nu = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Ist die Strömung laminar oder turbulent?

#### Gegeben:

- $d = 5 \text{ cm}$                       Rohrdurchmesser  
 $\dot{V} = 2 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$                     Volumenstrom des Schmieröls  
 $\nu = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$     kinematische Viskosität des Schmieröls

#### Lösung:

- 1) Bestimmung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{u}$

Volumenstrom = Fläche · mittlere Geschwindigkeit

$$\dot{V} = A \cdot \bar{u} = \pi \cdot r^2 \cdot \bar{u}$$

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{\pi \cdot r^2} = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,002 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \cdot (0,05 \text{ m})^2} = 1,02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 2) Bestimmung der Reynoldszahl  $Re$

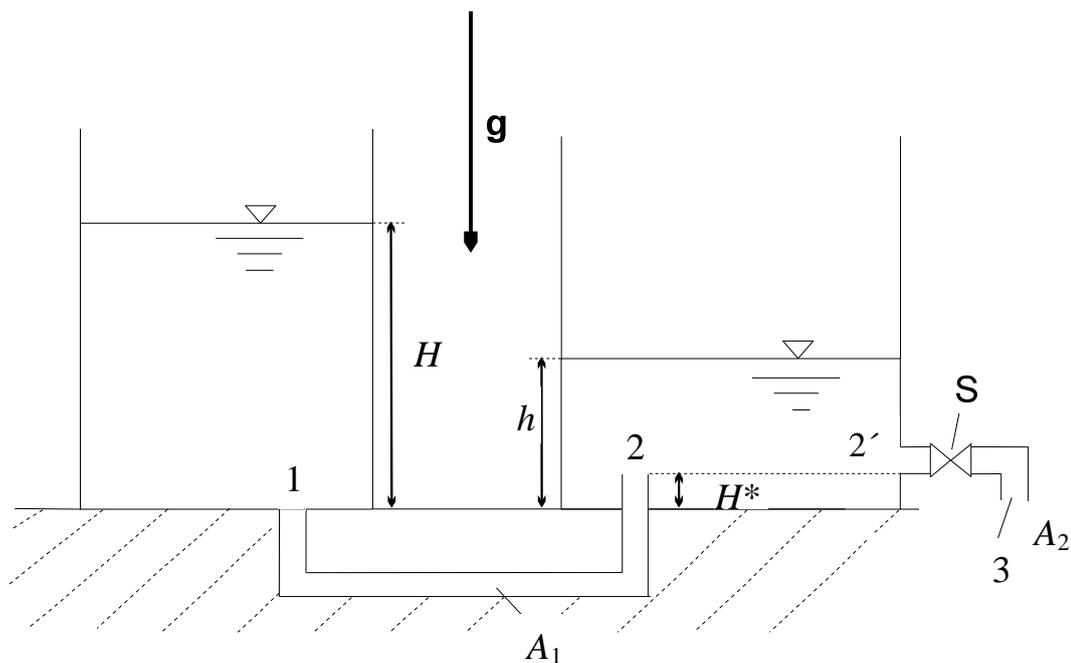
$$Re = \frac{u \cdot d}{\nu} = \frac{1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,05 \text{ m}}{20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 2546,5$$

Eine Strömung mit  $Re > 2300$  befindet sich im Übergangsbereich an der Grenze zum laminaren Strömungsverhalten.

### Aufgabe 9

Aus einem großen Behälter mit der konstant gehaltenen Spiegelhöhe  $H$  strömt Wasser reibungsfrei am Punkt 1, durch eine Leitung mit dem konstanten Querschnitt  $A_1$  ab, tritt an deren Ende am Punkt 2 als Freistrahл in einen zweiten offenen Behälter mit der konstanten, unbekannten Spiegelhöhe  $h$  ein und kommt dort zur Ruhe (siehe unten). Durch eine zweite Leitung mit dem konstanten Querschnitt  $A_2$  strömt das Wasser schließlich nach Passieren eines Schiebers  $S$  als Freistrahл am Punkt 3 in die Umgebung aus. Abgesehen von der Durchströmung des Schiebers mit dem Druckverlustkoeffizient  $\xi_w$  (Newtonsche Widerstandszahl  $\xi$ ) ist der Ausströmungsvorgang aus dem zweiten Behälter als reibungsfrei anzusehen.

Bestimmen Sie in Abhängigkeit der gegebenen Größen die Austrittsgeschwindigkeit  $u$  am Punkt 3. Gegeben sind:  $H$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\xi_w$  und  $g$ !



**Lösung:**

Ansatz: Aufstellen einer Energiebilanz mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 + m \cdot g \cdot h + p \cdot V = \text{const.} \quad \text{Energiebilanz}$$

kin. Energie + pot. Energie + Volumenarbeit = const.

Durch einsetzen von  $V = \frac{m}{\rho}$  und Division durch die Schwerkraft  $m \cdot g$  ergibt sich:

$$\frac{u^2}{2 \cdot g} + h + \frac{p}{\rho \cdot g} = \text{const.} \quad \text{Höhenbilanz}$$

Division durch das Volumen  $\frac{m}{\rho}$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 + \rho \cdot g \cdot h + p = \text{const.} \quad \text{Druckbilanz}$$

- 1) Bestimmung der Druckbilanz zwischen Punkt 1 und Punkt 2

Punkt 1:

$$h_1 = 0$$

$$u_1 = 0 \text{ (Flüssigkeit in Ruhe)}$$

$$p_1 = p_A + \rho \cdot g \cdot H$$

Punkt 2:

$$h_2 = H^*$$

$$u_2 = ?$$

$$p_2 = p_A + \rho \cdot g \cdot (h - H^*)$$

Der Außendruck  $p_A$  ist in beiden Fällen der gleiche, man muss nur den statischen Druck der Flüssigkeit berücksichtigen.

Es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 + p_1 &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + p_2 \\ \rho \cdot g \cdot H &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot H^* + \rho \cdot g \cdot (h - H^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g \cdot (H - h) &= \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \\
 u_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)}
 \end{aligned} \tag{1}$$

2) Bestimmung der Druckbilanz zwischen Punkt 2' und Punkt 3

Punkt 2':

$$h_{2'} = H^*$$

$$u_{2'} = 0 \text{ (Flüssigkeit in Ruhe)}$$

$$p_{2'} = p_A + \rho \cdot g \cdot (h - H^*)$$

Punkt 3:

$$h_3 = 0$$

$$u_3 = ?$$

$$p_3 = p_A + \frac{1}{2} \cdot \xi_w \cdot \rho \cdot u_3^2$$

Es gilt:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_{2'}^2 + \rho \cdot g \cdot h_{2'} + p_{2'} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 + \rho \cdot g \cdot h_3 + p_3$$

$$\rho \cdot g \cdot H^* + \rho \cdot g \cdot (h - H^*) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 + \frac{1}{2} \cdot \xi_w \cdot \rho \cdot u_3^2$$

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_3^2 \cdot (1 + \xi_w)$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 + \xi_w}} \tag{2}$$

Auflösen von Gleichung (1) nach  $h$  und einsetzen in Gleichung (2) ergibt:

$$u_3^2 = \frac{2 \cdot g \cdot H - u_2^2}{1 + \xi_w}$$

Außerdem gilt noch die Kontinuitätsgleichung:

$$u_2 \cdot A_1 = u_3 \cdot A_2$$

$$u_2 = u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Somit ergibt sich für die Austrittsgeschwindigkeit  $u_3$ :

$$u_3^2 = \frac{2 \cdot g \cdot H - \left(u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1}\right)^2}{1 + \xi_w}$$
$$u_3^2 \cdot (1 + \xi_w) + \left(u_3 \cdot \frac{A_2}{A_1}\right)^2 = 2 \cdot g \cdot H$$
$$u_3^2 \cdot \left(1 + \xi_w + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right) = 2 \cdot g \cdot H$$
$$u_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \xi_w + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 10

Durch eine Rohrleitung mit einem Durchmesser von 50 mm und einer Länge von 1 km fließen stündlich  $10 \text{ m}^3$  Heizöl mit einer kinematischen Viskosität von  $\nu = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  und einer Dichte von  $\rho = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Wie groß ist der für den Transport aufzubringende Druck?

#### Gegeben:

$l = 1000 \text{ m}$	Rohrlänge
$d = 0,05 \text{ m}$	Rohrdurchmesser
$\dot{V} = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$	Volumenstrom des Heizöls
$\rho = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	Dichte des Heizöls
$\nu = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität des Heizöls

#### Lösung:

- Ansatz:
- 1) Bestimmung der Strömungsart
  - 2) Gesetz für die Widerstandszahl
  - 3) Bestimmung des Druckverlustes in den Rohrleitungen

- 1) Bestimmung der Reynoldszahl  $Re$

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu}$$

Die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  ergibt sich zu:

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}}{(0,05 \text{ m})^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 5092,95 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} = 1,417 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu} = \frac{1,417 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,05 \text{ m}}{40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 1768$$

Die Reynoldszahl ist kleiner als 2300. Die vorliegende Strömung ist somit laminar.

2) Bestimmung der Widerstandszahl  $\lambda$

Für die Widerstandszahl  $\lambda$  bei laminarer Strömung gilt:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

3) Bestimmung des Druckunterschieds  $\Delta p$  bei laminarer Strömung

Für den Druckverlust eines durchströmten Rohres gilt:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d}$$

mit der Widerstandszahl  $\lambda = \frac{64}{Re}$ .

Damit ergibt sich für den Druck, der zum Transport benötigt wird:

$$\Delta p = \frac{64}{1768} \cdot \frac{900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (1,417 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} = 65415 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} = 6,54 \text{ bar}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

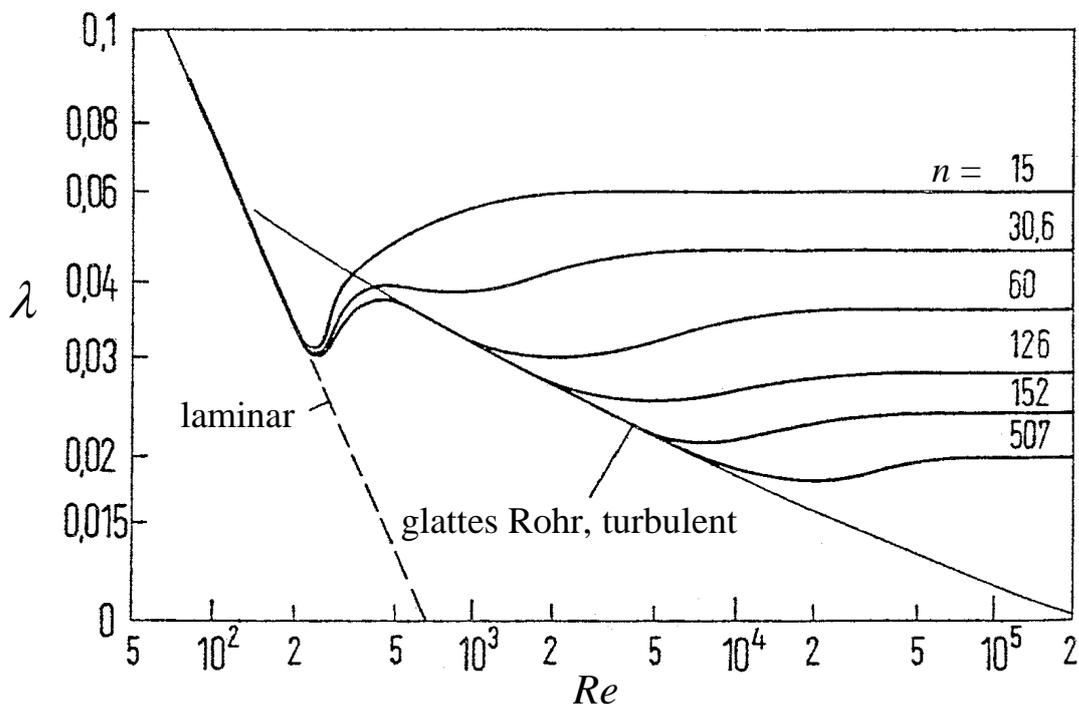
### Aufgabe 11

Eine inkompressible Newtonsche Flüssigkeit (Dichte  $\rho$ , kinematische Viskosität  $\nu$ ) soll durch ein horizontales Kreisrohr (Länge  $l$ , Durchmesser  $d$ ) mit vorgegebenem Volumenstrom  $\dot{V}$  gefördert werden.

- Wie groß ist der Druckverlust im Rohr, wenn die Rohrwand hydraulisch glatt ist?
- Wie ändert sich der Druckverlust, wenn die Wand durch Korrosion aufgeraut wird und für die entstehende Rauigkeit die relative Sandrauhigkeit  $n = h \cdot d^{-1}$  gilt?

Gegeben sind:

$$\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; \nu = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \dot{V} = 0,8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}; l = 100 \text{ m}; d = 0,2 \text{ m}; h = 2 \text{ mm}.$$



**Gegeben:**

$l = 100 \text{ m}$	Rohrlänge
$d = 0,2 \text{ m}$	Rohrdurchmesser
$h = 2 \text{ mm}$	mittlere Wanderhebung
$\rho = 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte
$\nu = 1,02\cdot 10^{-5} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität
$\dot{V} = 0,8 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$	Volumenstrom

**Lösung:**

- Ansatz:
- 1) Bestimmung der Strömungsart
  - 2) Gesetz für die Widerstandszahl
  - 3) Bestimmung des Druckverlustes in den Rohrleitungen

a) glattes Rohr

- 1) Bestimmung der Reynolds-Zahl  $Re$

$$\bar{u} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \cdot (0,2 \text{ m})^2} = 25,46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot d}{\nu} = \frac{25,46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,2 \text{ m}}{1,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = 5 \cdot 10^5$$

Die Reynoldszahl ist größer als  $10^5$ , die vorliegende Strömung ist also turbulent.

- 2) Bestimmung der Widerstandszahl  $\lambda$

Die Widerstandszahl bzw. Reibungs-Zahl  $\lambda$  ist eine Funktion der Reynolds-Zahl und der Rauigkeit. Sie muss für charakteristische Strömungsbereiche empirisch bestimmt werden.

Empirischer Zusammenhang nach Nikuradse:

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot Re^{-0,237} \quad \text{für } 10^5 < Re < 10^8$$

$$\lambda = 0,0131$$

- 3) Bestimmung des Druckverlustes  $\Delta p$

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d}$$

$$\Delta p = 0,0131 \cdot \frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (25,46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} \cdot \frac{100 \text{ m}}{0,2 \text{ m}} = 21,23 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 21,23 \text{ bar}$$

### b) rauhes Rohr

- 1) Bestimmung der Strömungsart

siehe a) glattes Rohr

- 2) Bestimmung der Widerstandszahl  $\lambda$

Aus dem Schaubild ergibt sich für  $Re = 5 \cdot 10^5$  und der relativen Sandrauigkeit  $n$

$$n = \frac{h}{d} = \frac{200 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} = 100$$

ein Wert für die Widerstandszahl von  $\lambda = 0,03$ .

- 3) Bestimmung des Druckverlustes  $\Delta p$

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{l}{d} = 0,03 \cdot \frac{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (25,46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} \cdot \frac{100 \text{ m}}{0,2 \text{ m}} = 48,62 \text{ bar}$$

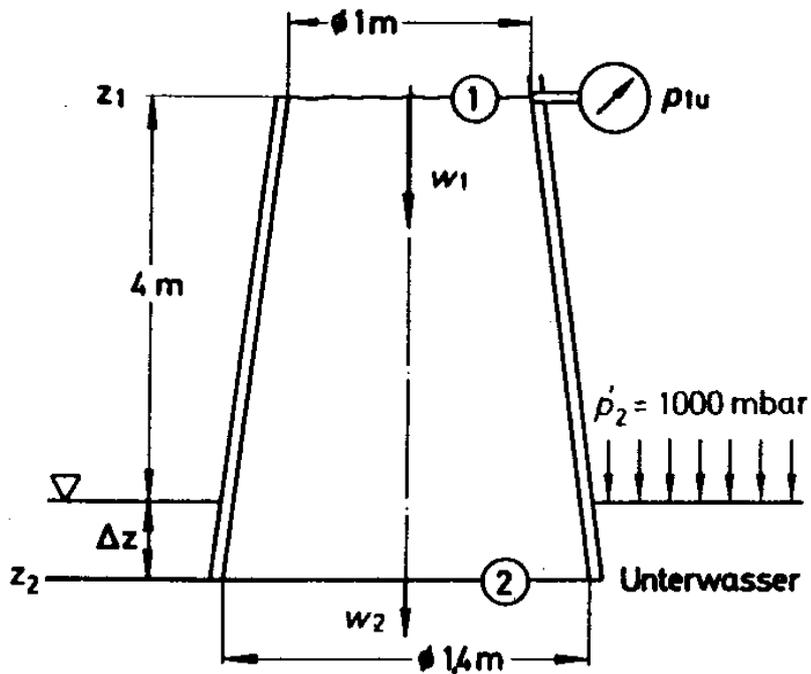
oder alternativ:

$$\Delta p_{\text{rauh}} = \frac{\lambda_{\text{rauh}}}{\lambda_{\text{glatt}}} \cdot \Delta p_{\text{glatt}} = \frac{0,03}{0,0131} \cdot 21,23 \text{ bar} = 48,62 \text{ bar}$$

### Aufgabe 12

Durch das Saugrohr einer Wasserturbine fließen in der Sekunde  $6 \text{ m}^3$  Wasser. Der Luftdruck auf dem Unterwasser beträgt 1000 mbar.

Wie groß ist der Unterdruck  $p_{1u}$  am Saugrohreintritt (Punkt ① im Bild)?



**Gegeben:**

$$\dot{V} = 6 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Volumenstrom

$$p_2' = 1 \text{ bar}$$

Luftdruck auf dem Unterwasser

**Lösung:**

Anwendung der Bernoulli-Gleichung als Druckbilanz:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = \text{const.}$$

Energieerhaltungssatz der reibungsfreien Flüssigkeit

Punkt ①:

$$z_1 = \Delta z + 4 \text{ m}$$

$$u_1 = w_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_1^2} = 7,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$p_1 = ?$$

Punkt ②:

$$z_2 = 0$$

$$u_2 = w_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_2^2} = 3,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$p_2 = p_2' + \rho \cdot g \cdot \Delta z$$

Durch gleichsetzen ergibt sich:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w_1^2 + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w_2^2 + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

$$p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (w_2^2 - w_1^2) + p_2 - \rho \cdot g \cdot z_1$$

$$p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (w_2^2 - w_1^2) + p_2' + \rho \cdot g \cdot \Delta z - \rho \cdot g \cdot (\Delta z + 4 \text{ m})$$

$$p_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (w_2^2 - w_1^2) + p_2' - \rho \cdot g \cdot 4 \text{ m}$$

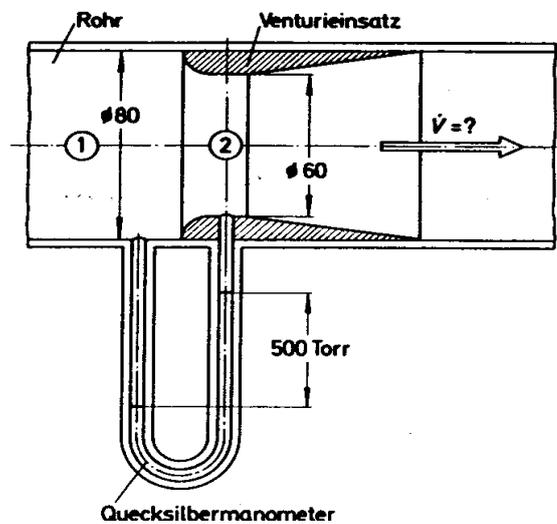
$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (3,90^2 - 7,64^2) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} - 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 4 \text{ m} \\ &= -21580 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} + 100000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} - 39240 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \\ &= 39180 \text{ Pa} = 391,8 \text{ mbar} \end{aligned}$$

Der gesuchte Unterdruck  $p_{1u}$  beträgt damit:

$$p_{1u} = p_2' - p_1 = 1000 \text{ mbar} - 391,8 \text{ mbar} = 608,2 \text{ mbar}$$

### Aufgabe 13

Welcher Wasserstrom  $\dot{V}$  ( $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) fließt durch das unten dargestellte Venturi-Rohr, wenn zwischen freiem Rohr (Durchmesser von 80 mm) und Einschnürungsstelle (Durchmesser von 60 mm) ein Druckunterschied von 500 mbar besteht? Die Reibungswerte sollen vernachlässigt werden.



#### Gegeben:

$\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte des Wassers
$\Delta p = 500 \text{ mbar}$	Druckunterschied zwischen Rohr und Venturieinsatz
$d_1 = 0,08 \text{ m}$	freier Rohrdurchmesser
$d_2 = 0,06 \text{ m}$	eingeschnürter Rohrdurchmesser

**Lösung:**

Ansatz: Anwendung der Bernoulli-Gleichung, da die Flüssigkeit reibungsfrei ist.

- 1) Bernoulli-Gleichung (vereinfachte Form, da horizontal)

$$\frac{\rho}{2} \cdot u_1^2 + p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot u_2^2 + p_2$$

$$\frac{\rho}{2} \cdot u_2^2 - \frac{\rho}{2} \cdot u_1^2 = p_1 - p_2$$

$$u_2^2 - u_1^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \quad (1)$$

- 2) Kontinuitätsgleichung

$$u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2$$

$$u_1 = u_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} \quad (2)$$

- 3) Bestimmung der Fließgeschwindigkeit

Durch einsetzen von Gleichung (2) in Gleichung (1) ergibt sich:

$$u_2^2 - u_2^2 \cdot \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}$$

$$u_2^2 \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}$$

$$u_2^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}}$$

4) Bestimmung des Wasserstroms  $\dot{V}$

$$\dot{V} = A_2 \cdot u_2 = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} \quad \text{mit } A_2 = \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2$$

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,06 \text{ m})^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \left(1 - \frac{(0,06 \text{ m})^4}{(0,08 \text{ m})^4}\right)}} = 0,0342 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 34,2 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 14

Berechnen Sie, wieviel Benzol (Siedepunkt = 353 K, Verdampfungsenthalpie  $\Delta H_V = 31 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ) maximal je Stunde in einem Liebigkühler von 1 m Länge mit einem Innenrohrdurchmesser von 12 mm und einer Innenrohrwanddicke von 2 mm kondensiert werden kann, wenn das Kühlwasser mit 288 K zugeführt und mit 293 K abgenommen wird! Die Kühlwasserströmung soll in diesem Fall als laminar betrachtet werden. Für Wärmeübergang und Wärmeleitung sind folgende Daten gegeben:  $\alpha_{\text{Benzol}} = 30000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{Wasser}} = 1000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  und  $\lambda_{\text{Wand}} = 2,5 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

### Gegeben:

$l = 1 \text{ m}$	Kühlerlänge
$d_i = 0,012 \text{ m}$	Innenrohrdurchmesser
$d_w = 0,002 \text{ m}$	Wanddicke
$\Delta H_V = 31 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	Verdampfungsenthalpie des Benzols
$T_{\text{Benzol}} = 353 \text{ K}$	Siedetemperatur des Benzols
$T_{\text{Wasser}} = 280\text{--}293 \text{ K}$	Wassertemperatur
$\alpha_{\text{Benzol}} = 30000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Benzol
$\alpha_{\text{Wasser}} = 1000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Wasser
$\lambda_{\text{Wand}} = 2,5 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeleitung der Wand

### Lösung:

Ansatz: Wärmestrom für Kondensation = Wärmestrom durch Kühlerwand

$$\begin{aligned} \dot{W}_k &= \dot{W}_w \\ \dot{n} \cdot \Delta H_V &= k \cdot A \cdot \Delta T_m \end{aligned}$$

1) Bestimmung von  $\Delta T_m$

$$\Delta T_m = \frac{1}{2} \cdot (\Delta T_A + \Delta T_E) = \frac{1}{2} \cdot (65 \text{ K} + 60 \text{ K}) = 62,5 \text{ K}$$

2) Bestimmung von  $A$

$$A = l \cdot \pi \cdot d_i = 1 \text{ m} \cdot \pi \cdot 0,012 \text{ m} = 0,038 \text{ m}^2$$

3) Bestimmung der Wärmedurchgangszahl  $k$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{\text{Benzol}}} + \frac{d_w}{\lambda_{\text{Wand}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{Wasser}}}$$

$$\frac{1}{k} = \left( \frac{1}{30000} + \frac{0,002}{2,5} + \frac{1}{1000} \right) \text{ kJ}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K} = 0,00183 \text{ kJ}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}$$

$$k = 546 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

4) Bestimmung des Stoffmengenstroms  $\dot{n}$  von Benzol

$$\dot{n} = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T_m}{\Delta H_v}$$

$$\dot{n} = \frac{546 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 0,038 \text{ m}^2 \cdot 62,5 \text{ K}}{31 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}} = 41,8 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 15

In einem Rohrreaktor soll Benzol in der Gasphase bei 433 K über einem Ni/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Kontakt hydriert werden:



Der Kontakt ist in den Rohren enthalten. Die Rohre sind von siedendem Wasser umgeben, das unter einem Druck von 303,9 kPa bei 405 K verdampft (Erzeugung von Niederdruckdampf).

Bei Katalysatorstudien wurde gefunden, dass man einen vollständigen Umsatz des Benzols erreicht, wenn man mit einer Kontaktbelastung von 0,5 l flüssigem Benzol pro 1 l Kontakt und 1 Stunde arbeitet.

Welchen Durchmesser müssen die Kontaktrohre haben, damit die Reaktionswärme bei einer Innentemperatur von 433 K und einer Außentemperatur von 405 K abgeführt werden kann?

Die Dichte von Benzol beträgt  $\rho = 880 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Es gilt weiterhin  $\alpha_{\text{Benzol}} = 120 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{Wasser}} = 6000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $\lambda_{\text{Wand}} = 180 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  und  $d = 5 \text{ mm}$ .

#### Gegeben:

$T_{\text{Benzol}} = 433 \text{ K}$	Temperatur des Benzols
$T_{\text{Wasser}} = 405 \text{ K}$	Wassertemperatur
$\rho = 880 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Dichte von Benzol
$\dot{V}_{\text{Benzol}} = 0,5 \text{ l}\cdot\text{h}^{-1}$	Volumenstrom des Benzols
$V_{\text{Kontakt}} = 1 \text{ l}$	Volumen des Kontaktrohres
$\Delta H_R = -206,4 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	Reaktionsenthalpie
$\alpha_{\text{Benzol}} = 120 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Benzol
$\alpha_{\text{Wasser}} = 6000 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeübergang von Wasser
$\lambda_{\text{Wand}} = 180 \text{ kJ}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	Wärmeleitung der Wand
$d = 5 \text{ mm}$	Wanddicke

### Lösung:

Ansatz: Wärmestrom für Reaktion = Wärmestrom durch Rohrwand

$$\dot{n}_{\text{Benzol}} \cdot |\Delta H_R| = k \cdot A \cdot \Delta T \quad (1)$$

mit:

$$V_{\text{Kontakt}} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \quad \text{bzw.} \quad l = \frac{4 \cdot V_{\text{Kontakt}}}{\pi \cdot d^2}$$

$$A = \pi \cdot d \cdot l = \pi \cdot d_{\text{Rohr}} \cdot \frac{4 \cdot V_{\text{Kontakt}}}{\pi \cdot d_{\text{Rohr}}^2} = \frac{4 \cdot V_{\text{Kontakt}}}{d_{\text{Rohr}}}$$

Durch einsetzen in Gleichung (1) und umformen ergibt sich für den Kontaktrohrdurchmesser  $d_{\text{Rohr}}$ :

$$d_{\text{Rohr}} = \frac{k \cdot 4 \cdot V_{\text{Kontakt}} \cdot \Delta T}{\dot{n}_{\text{Benzol}} \cdot \Delta H_R}$$

1) Bestimmung des Stoffmengenstrom  $\dot{n}_{\text{Benzol}}$

$$\dot{n}_{\text{Benzol}} = \frac{\dot{m}_{\text{Benzol}}}{M_{\text{Benzol}}} = \frac{\rho \cdot \dot{V}_{\text{Benzol}}}{M_{\text{Benzol}}} = \frac{0,88 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 500 \text{ cm}^3}{78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 5,64 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1}$$

2) Bestimmung von  $\Delta T$

$$\Delta T = T_{\text{Benzol}} - T_{\text{Wasser}} = 433 \text{ K} - 405 \text{ K} = 28 \text{ K}$$

3) Bestimmung der Wärmedurchgangszahl  $k$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{\text{Benzol}}} + \frac{d}{\lambda_{\text{Wand}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{Wasser}}}$$

$$\frac{1}{k} = \left( \frac{1}{120} + \frac{0,005}{180} + \frac{1}{6000} \right) \text{ kJ}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K} = 0,00853 \text{ kJ}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}$$

$$k = 117,2 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

4) Bestimmung des Rohrdurchmessers  $d_{\text{Rohr}}$

$$d_{\text{Rohr}} = \frac{k \cdot 4 \cdot V_{\text{Kontakt}} \cdot \Delta T}{\dot{n}_{\text{Benzol}} \cdot |\Delta H_{\text{R}}|}$$

$$d_{\text{Rohr}} = \frac{117,2 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 4 \cdot 0,001 \text{ m}^3 \cdot 28 \text{ K}}{5,64 \text{ mol} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 206,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,0113 \text{ m}$$

Institut für Technische Chemie Universität Stuttgart	Mechanische und thermische Grundoperationen	Prof. Dr. Michael Hunger
--	--	--------------------------

### Aufgabe 16

Es sind im Extraktionsdiagramm (Dreiecksdiagramm) für das System Wasser-Aceton-Chlorbenzen nach der experimentell ermittelten Gleichgewichtszusammensetzung der koexistierenden Phasen die Binodalkurve, die Konnoden und die Konjugationslinie aufzutragen.

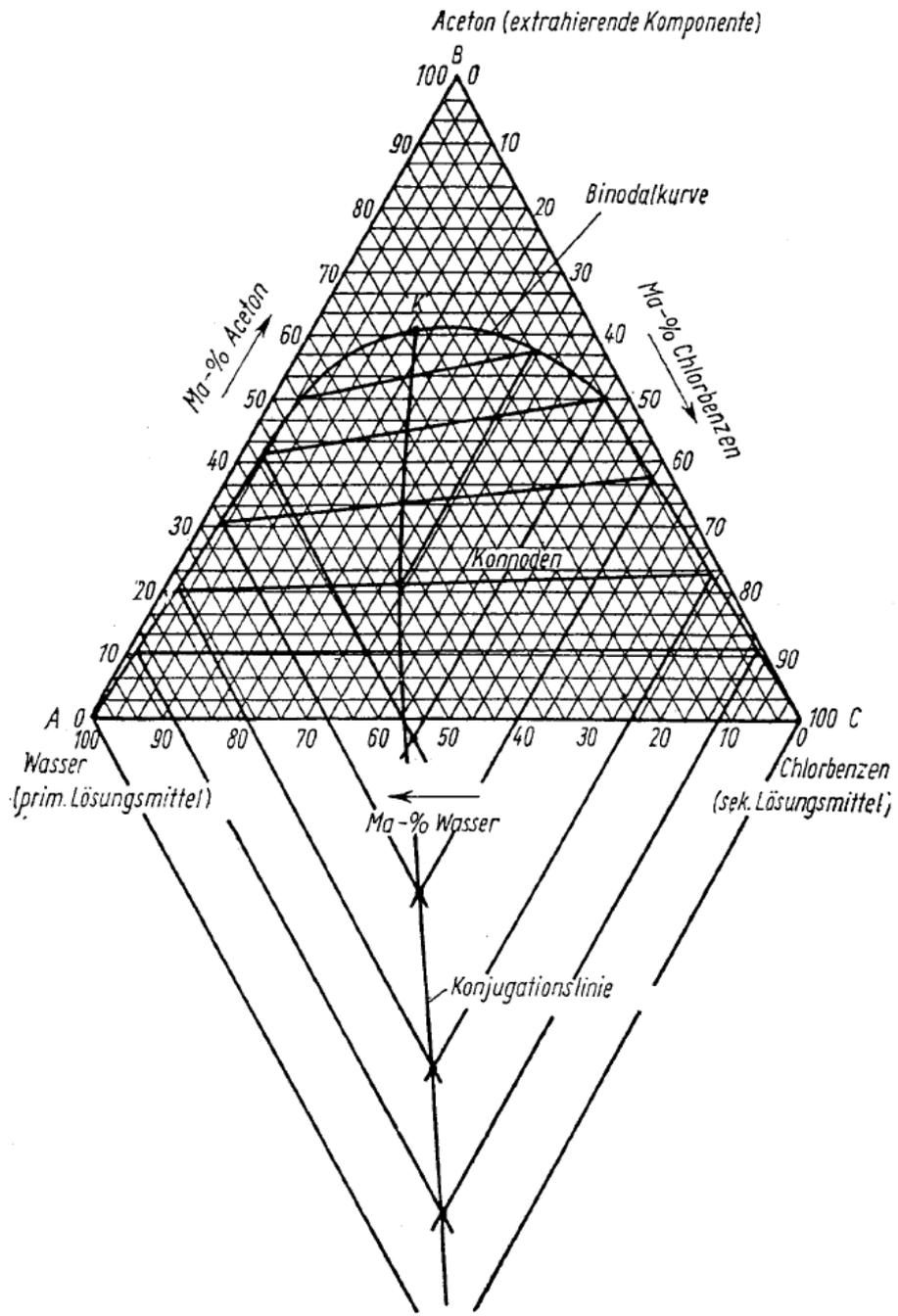
Gleichgewichtszusammensetzung der koexistierenden Phasen in Ma.-% für das System Wasser-Aceton-Chlorbenzen

Zu ermitteln sind:

- Der Gehalt an Wasser und Chlorbenzen in der wäßrigen Schicht bei einer Acetonkonzentration von 42 Ma.-%.
- Die Zusammensetzung in der Chlorbenzenschicht, die mit der wäßrigen Schicht bei einer Acetonkonzentration von 42 Ma.-% im Gleichgewicht steht.
- Die Mindestmenge Aceton, die notwendig ist, damit sich ein Gemisch – bestehend aus 50 kg Wasser und 200 kg Chlorbenzen – nicht mehr in Schichten trennt.
- Die stündliche Extraktionsmittelmenge und die erforderliche Trennstufenzahl. Aceton wird aus einem Gemisch mit 50 Ma.-% Wasser und 50 Ma.-% Aceton in einem kontinuierlichen Gegenstrom durch reines Chlorbenzen extrahiert.

Die Extraktphase muß 34 Ma.-% und die Raffinatphase darf nicht mehr als 2 Ma.-% Aceton enthalten. Der Anlage werden stündlich 100 kg Extraktionsgut zugeführt.

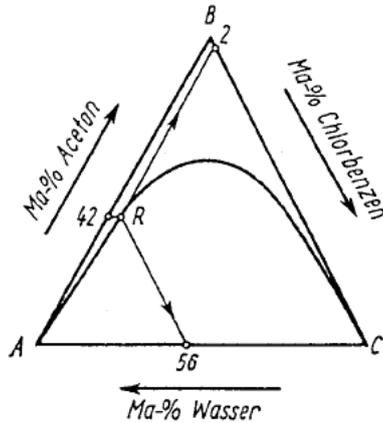
Wäßrige Schicht			Organische Schicht		
Wasser	Aceton	Chlorbenzen	Wasser	Aceton	Chlorbenzen
99,9	0	0,1	0,2	0	99,8
89,8	10	0,2	0,5	10,8	88,7
79,7	20	0,3	0,8	22,2	77,0
69,4	30	0,6	1,7	37,5	60,8
58,6	40	1,4	3,0	49,5	47,5
46,3	50	3,7	7,2	59,2	33,6
27,4	60	12,6	23,8	61,1	15,1
25,7	60,6	13,7	Kritischer Punkt		



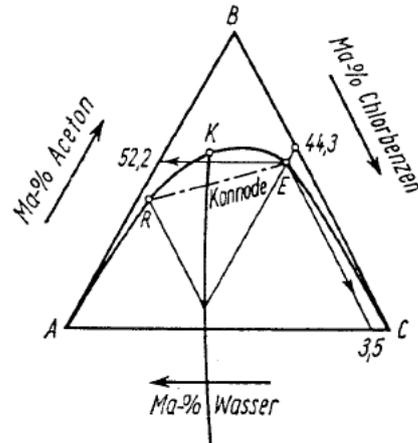
Extraktionsdiagramm für das System  
Wasser-Aceton-Chlorbenzen

**Lösungen:**

- a) 42 Ma-% Aceton, 2 Ma-% Chlorbenzen, 56 Ma-% Wasser.  
 b) 52,2 Ma-% Aceton, 44,3 Ma-% Chlorbenzen, 3,5 Ma-% Wasser.



Extraktionsdiagramm mit Binodalkurve

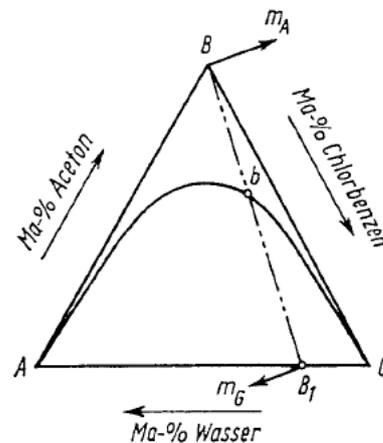


Extraktionsdiagramm mit Konjugationslinie

- c) Im Punkt B des Dreiecksdiagrammes liegt die reine Komponente Aceton, auf der Seite  $\overline{AC}$  des Dreiecks das Zweistoffgemisch 50 kg Wasser und 200 kg Chlorbenzen; das sind 20 Ma-% Wasser und 80 Ma-% Chlorbenzen. Gibt man dem Zweistoffgemisch Aceton zu, so ändert sich die Gesamtzusammensetzung längs des Strahles  $\overline{BB_1}$ . Das Mengenverhältnis der beiden anderen Komponenten  $g_{\text{Chlorb.}}/g_{\text{Wasser}}$  bleibt konstant. Im Schnittpunkt mit der Binodalkurve  $b$  endet die Zerlegung in zwei Phasen (lt. Aufgabenstellung der gesuchte Punkt). Nach dem Hebelgesetz für Drehpunkt  $b$  gilt:

$$m_A \overline{Bb} = m_G \overline{bB_1}$$

$$m_A = \frac{250 \text{ kg} \cdot 33 \text{ mm}}{23 \text{ mm}} = \underline{\underline{359 \text{ kg Aceton}}}$$



Hebelbeziehungen im Extraktionsdiagramm

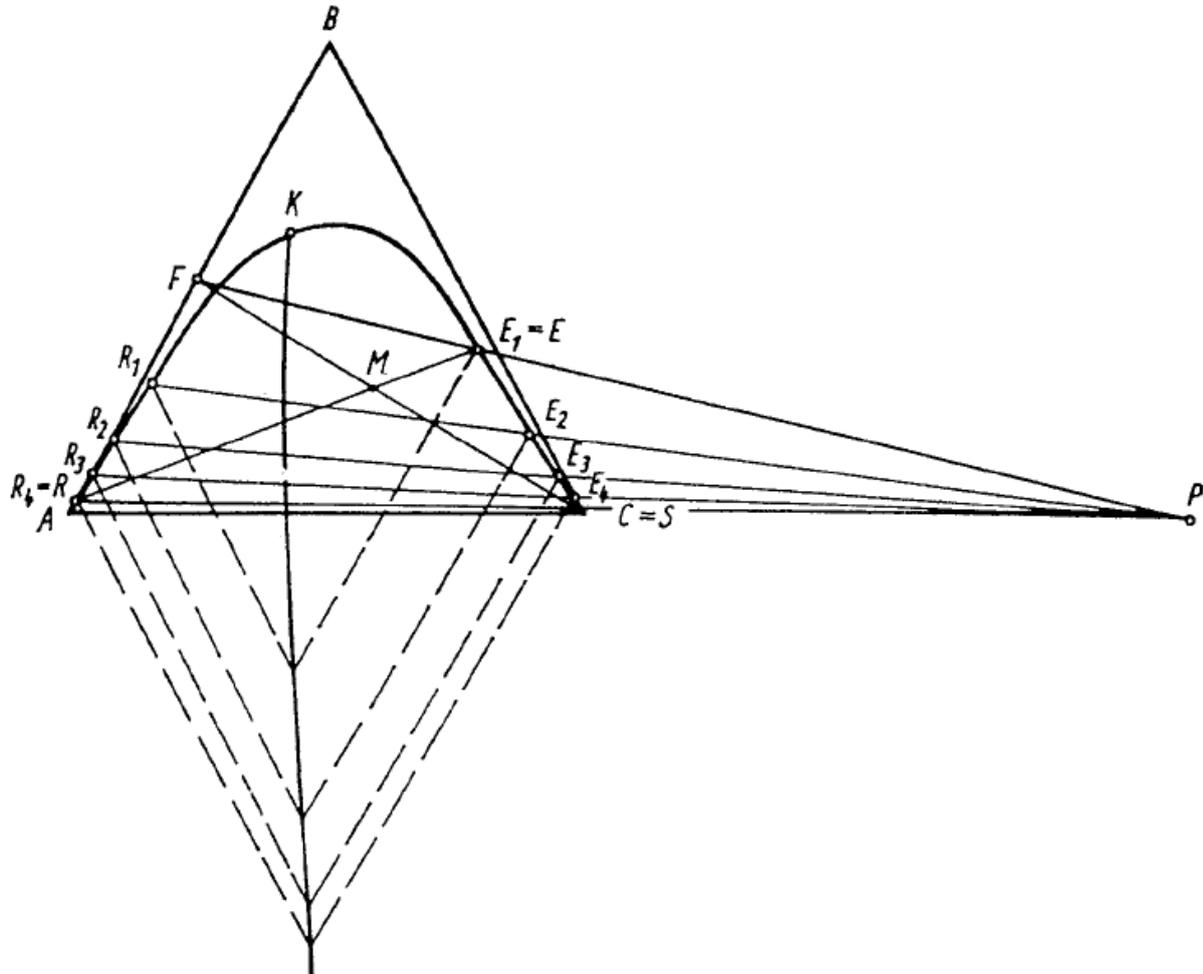
d) Für die kontinuierlich arbeitende Gegenstromanlage ergeben sich 4 theoretische Trennstufen.

Extraktionsmittelmenge (Chlorbenzen):

Nach dem Hebelgesetz gilt für Drehpunkt M

$$\dot{m}_F \overline{FM} = \dot{m}_S \overline{MS}$$

$$\dot{m}_S = 100 \text{ kg h}^{-1} \frac{25 \text{ mm}}{26 \text{ mm}} = \underline{\underline{94,2 \text{ kg h}^{-1}}}$$



Bestimmung der theoretischen Trennstufenzahl im Extraktionsdiagramm